

Econofísica

Una introducción estadística

Marzo 5 del 2020

Luis Felipe Flores Machado

Facultad de ciencias
Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Tegucigalpa, Honduras



Agenda

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Introducción

Orígenes y definición



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ▶ A pesar que la economía fue discutida desde el siglo XVIII por matemáticos como Daniel Bernoulli, los modelos comunes se habian atendido (hasta hace poco) a escenarios ideales que permitieran soluciones analíticas.

2

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Introducción

Orígenes y definición



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

2

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ A pesar que la economía fue discutida desde el siglo XVIII por matemáticos como Daniel Bernoulli, los modelos comunes se habían atendido (hasta hace poco) a escenarios ideales que permitieran soluciones analíticas.
- ▶ Una motivación de dejar dicho paradigma fue la drásticamente creciente cantidad de datos en los 1980s, que dejó en claro la invalidez de muchos modelos que antes no podían ser verificados a gran escala, y nuestra capacidad de utilizar dichos datos para construir mejores modelos

Introducción

Orígenes y definición



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

3

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ No satisfechos con el *status quo* de los modelos económicos, físicos del área de **mecánica estadística** en mediados de los 1990s, aplicaron métodos de física para explicar fenómenos económicos más fundamentales.

¹Titulado: Econophysics, por R. N. Mantegna & H. E. Stanley

Introducción

Orígenes y definición



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

3

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ No satisfechos con el *status quo* de los modelos económicos, físicos del área de **mecánica estadística** en mediados de los 1990s, aplicaron métodos de física para explicar fenómenos económicos más fundamentales.
- ▶ Uno de ellos fue **H. Eugene Stanley**, quien fue el primero en utilizar el término *econofísica*, y un autor del primer libro del tema, impreso en 1999¹.

¹Titulado: Econophysics, por R. N. Mantegna & H. E. Stanley

Introducción

Orígenes y definición



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

4

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ Si bien, en sus inicios, la econofísica consistió sólo de modelos inspirados en la termodinámica estadística, relativamente reciente se han visto trabajos como el libro ***Stochastic Calculus of Variations in Mathematical Finance***², donde se observan formalismos claramente inspirados por teoría cuántica de campos.

²Por Paul Malliavin y Anton Thalmaier



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

4

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ Si bien, en sus inicios, la econofísica consistió sólo de modelos inspirados en la termodinámica estadística, relativamente reciente se han visto trabajos como el libro ***Stochastic Calculus of Variations in Mathematical Finance***², donde se observan formalismos claramente inspirados por teoría cuántica de campos.
- ▶ Esto requiere que la definición precisa a dar de *econofísica* sea más general, y se podrá formular luego de entender el siguiente ejemplo sencillo:

²Por Paul Malliavin y Anton Thalmaier

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases
Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- Imagine que en San Pedro Sula hay escasez de un objeto particular, A, que eleva su costo a 18 lempiras por unidad. Dicho objeto, en Tegucigalpa, cuesta 12 lempiras y el viaje a SPS le cuesta ida y regreso solamente 300 lempiras.

5

30

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ Imagine que en San Pedro Sula hay escasez de un objeto particular, A, que eleva su costo a 18 lempiras por unidad. Dicho objeto, en Tegucigalpa, cuesta 12 lempiras y el viaje a SPS le cuesta ida y regreso solamente 300 lempiras.
- ▶ Usted busca aprovechar esta oportunidad y nota que con llevar más de 50 unidades a SPS por viaje, ya obtiene una ganancia. ¿Y si decide llevar 500 unidades?

$$\begin{aligned}\text{Ganancia total} &= (\text{Lps. } 500)(18 - 12) - \text{Lps. } 300 \\ &= \text{Lps. } 2,700\end{aligned}$$

5

30

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

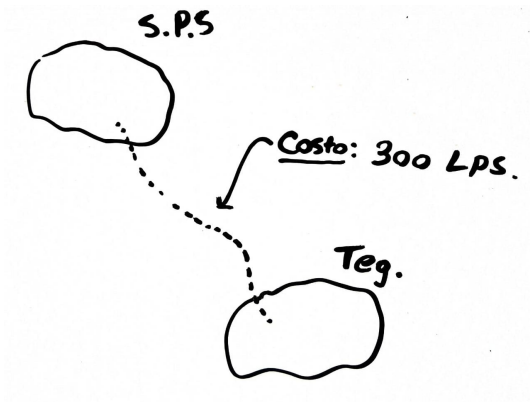
El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias



6

30

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

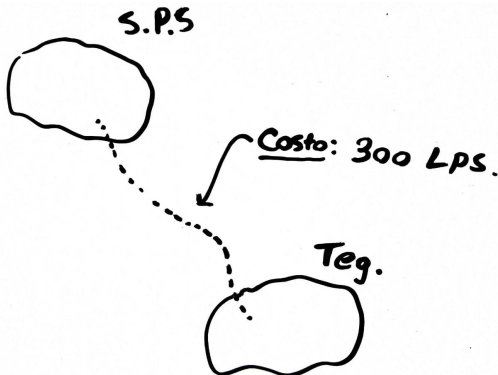
El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias



Se puede pensar en SPS y Tegucigalpa como sistemas aislados con el **precio** del objeto "A" **internamente determinado** (por los partícipes del mercado)

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

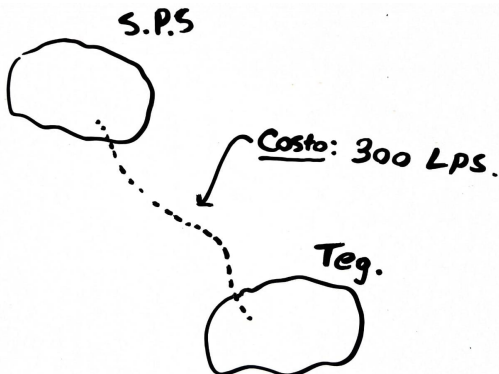
El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias



Estos precios se verán afectados por este **mecanismo de comunicación** entre los mercados, incrementando en Tegucigalpa y disminuyendo en SPS.

7

30

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

- ▶ Un paralelismo inmediato se puede realizar con dos sistemas materiales en contacto, uno con temperatura T_1 y el otro con T_2 , que llegan a un equilibrio térmico mediante un **flujo de calor** acorde a las leyes de la termodinámica.

³Sensibilidad de una cantidad, por ejemplo el precio, a un cambio en otra, como la demanda.

Introducción

Ejemplo motivador

- ▶ Un paralelismo inmediato se puede realizar con dos sistemas materiales en contacto, uno con temperatura T_1 y el otro con T_2 , que llegan a un equilibrio térmico mediante un **flujo de calor** acorde a las leyes de la termodinámica.
- ▶ Se sabe además que, a medida los mercados se acercan a ciertos precios *críticos*, propiedades como su elasticidad³ pueden cambiar drásticamente, como si ocurriese un **cambio de fase**.

³Sensibilidad de una cantidad, por ejemplo el precio, a un cambio en otra, como la demanda.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

Introducción

Ejemplo motivador

- ▶ Un paralelismo inmediato se puede realizar con dos sistemas materiales en contacto, uno con temperatura T_1 y el otro con T_2 , que llegan a un equilibrio térmico mediante un **flujo de calor** acorde a las leyes de la termodinámica.
- ▶ Se sabe además que, a medida los mercados se acercan a ciertos precios *críticos*, propiedades como su elasticidad³ pueden cambiar drásticamente, como si ocurriese un **cambio de fase**.
- ▶ Es esperado, no obstante, que estos cambios de fase, o mejor llamados **puntos de bifurcación dinámica**, dependan de otros parámetros tal cual cómo en la termodinámica (eg. diagramas de fase).

³Sensibilidad de una cantidad, por ejemplo el precio, a un cambio en otra, como la demanda.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

Introducción

Ejemplo motivador



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio de no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

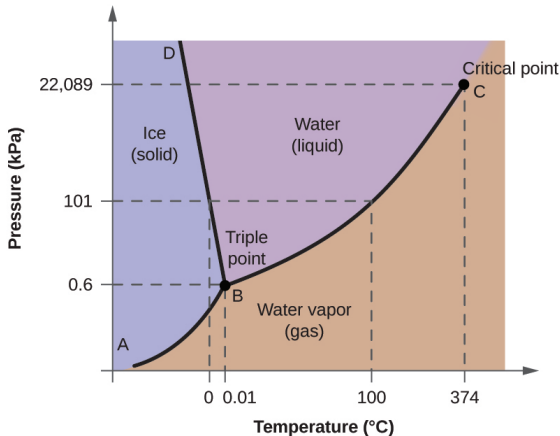


Figura: Diagrama de fase termodinámico simplificado para el agua

9

30

Mercados como gases

Equilibrio del no-arbitraje



Econofísica

Luis Felipe Flores

Definición (principio (débil) de no-arbitraje)

Sea $\{c_k\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ el flujo de dinero asociado a un activo con valor presente p . Decimos que el flujo (o el activo) respeta el **principio (débil) de no-arbitraje** si:

$$\forall k \in \mathbb{Z}^+ : c_k \geq 0 \implies p \geq 0$$

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

⁴Ver *Financial Engineering and Risk Management* - Martin Haugh, Garud Iyengar.

Mercados como gases

Equilibrio del no-arbitraje



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

Definición (principio (débil) de no-arbitraje)

Sea $\{c_k\}_{k \in \mathbb{Z}^+}$ el flujo de dinero asociado a un activo con valor presente p . Decimos que el flujo (o el activo) respeta el **principio (débil) de no-arbitraje** si:

$$\forall k \in \mathbb{Z}^+ : c_k \geq 0 \implies p \geq 0$$

¿Consecuencias?

Si tenemos dos activos con precios p_1 y p_2 , el venderlos juntos tendrá garantizado el precio $p_1 + p_2$ sólo si el principio de no-arbitraje se cumple.⁴

⁴Ver *Financial Engineering and Risk Management* - Martin Haugh, Garud Iyengar.

Mercados como gases

Modelo de intercambio cinético

- ▶ Como visto antes, una analogía con termodinámica es posible y quizá fructífera para entender parámetros económicos. Una de las primeras teorías en proponer eso es el **Modelo de intercambio cinético**.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

11

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Mercados como gases

Modelo de intercambio cinético



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

11

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ Como visto antes, una analogía con termodinámica es posible y quizá fructífera para entender parámetros económicos. Una de las primeras teorías en proponer eso es el **Modelo de intercambio cinético**.
- ▶ Este pretende explicar la distribución de **riquezas e ingresos** en base a mecanismos *cinéticos* de sus partícipes, similar a cómo los gases intercambian su energía en forma de colisiones, cuya distribución de velocidades explica propiedades termodinámicas.

Mercados como gases

Modelo de intercambio cinético



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

12 Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Uno de los puntos a favor de estos modelos es predecir, en base a **maximización de la utilidad**⁵, que la distribución de riquezas sigue una ley de potencias



Figura: Distribución que sigue una ley de potencias, o la conocida “regla 80-20”.

⁵Equivalente a maximización de la entropía.

Breve teoría de distribuciones

Proceso estocástico



Econofísica

Luis Felipe Flores

Definición (proceso estocástico)

Un **proceso estocástico** es una sucesión $\{X_n\}_{n \in T}$ de variables aleatorias⁶, donde T es un conjunto de tiempos, usualmente $T \subseteq \mathbb{Z}^+$ o $T \subseteq \mathbb{R}^+$.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

13

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

⁶Funciones $X_n : (\Omega, \Sigma, P) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$ medibles.

Breve teoría de distribuciones

Proceso estocástico



Econofísica

Luis Felipe Flores

Definición (proceso estocástico)

Un **proceso estocástico** es una sucesión $\{X_n\}_{n \in T}$ de variables aleatorias⁶, donde T es un conjunto de tiempos, usualmente $T \subseteq \mathbb{Z}^+$ o $T \subseteq \mathbb{R}^+$.

El proceso estocástico que más comúnmente trataremos es de la forma,

$$S_n := \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

donde cada X_i es independiente de cada otra, modelando así el promedio de muchos procesos “microscópicos”, que puede tener significado macroscópico.

⁶Funciones $X_n : (\Omega, \Sigma, P) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$ medibles.

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

13

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y
sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Proceso estocástico



Econofísica

Luis Felipe Flores

Formalizando el ejemplo anterior, considere $\{X_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ independientes con medias $\mathbb{E}[X_i] =: \mu_i$ y varianzas $\mathbb{E}[(X_i - \mu_i)^2] =: \sigma_i^2$. y defina la **variación total** como el cuadrado de:

$$S_n := \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$$

exploremos qué sucede con la variable aleatoria:

$$S_n := \frac{1}{S_n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_i),$$

que se puede interpretar como el efecto neto de todas las X_j hasta el n -ésimo, reajustado respecto a sus medias y promediado según su escala de variación total.

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

14

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Teorema (De límite central - Lindeberg)

Sean $\{X_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ y $\{S_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ definidas como antes. Si para todo $\epsilon > 0$ se cumple que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_n^2} \sum_{i=1}^n \mathbb{E} \left[(X_i - \mu_i)^2 \cdot \mathbf{1}_{\{|X_i - \mu_i| > \epsilon S_n\}} \right] = 0$$

entonces,

$$S_n \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

Es decir, nuestra sucesión de efectos promediados convergen al comportamiento distribucional de una variable aleatoria con distribución Gaussiana estándar.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

15

30

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

16

30

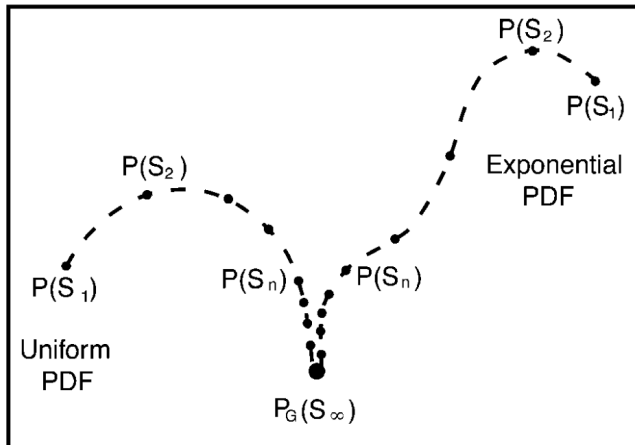


Figura: Cuenca de atracción de las variables aleatorias con distribución normal/Gaussiana.

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
17 Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

- ▶ La distribución normal⁷ forma un atractor en **el espacio de todas las distribuciones**. No obstante..

⁷O mejor dicho, la envolvente convexa de todas tales variables aleatorias.

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ La distribución normal⁷ forma un atractor en **el espacio de todas las distribuciones**. No obstante..
- ▶ **No es el único atractor**. Resultan haber una familia entera de ellos, llamadas **distribuciones estables**.

⁷O mejor dicho, la envolvente convexa de todas tales variables aleatorias.

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
**Teorema de límite central y
sistemas abiertos**
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

- ▶ La distribución normal⁷ forma un atractor en **el espacio de todas las distribuciones**. No obstante..
- ▶ **No es el único atractor**. Resultan haber una familia entera de ellos, llamadas **distribuciones estables**.
- ▶ Estas se pueden caracterizar por la forma de una función asociada, llamada **función característica**.

⁷O mejor dicho, la envolvente convexa de todas tales variables aleatorias.

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Definición (Función característica)

Sea $P(x)$ la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria (“continua”), X . Entonces definimos su **función característica**, $\phi(q)$ como la transformada de Fourier de P . Es decir:

$$\phi(q) := \int_{-\infty}^{\infty} P(x) e^{iqx} dx$$

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

18 Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Breve teoría de distribuciones

Teorema de límite central y sistemas abiertos



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
**Teorema de límite central y
sistemas abiertos**
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Definición (Función característica)

Sea $P(x)$ la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria (“continua”), X . Entonces definimos su **función característica**, $\phi(q)$ como la transformada de Fourier de P . Es decir:

$$\phi(q) := \int_{-\infty}^{\infty} P(x) e^{iqx} dx$$

Observación: Toda la información de la distribución de X está presente en su función característica.

18

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones estables



Econofísica

Luis Felipe Flores

La familia entera de **distribuciones estables** están completamente determinadas por la siguiente condición sobre sus funciones características:

$$\ln \phi(q) = \begin{cases} i\mu q - \gamma |q|^\alpha \left[1 - i\beta \frac{q}{|q|} \tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) \right] & [\alpha \neq 1] \\ i\mu q - \gamma |q| \left[1 + i\beta \frac{q}{|q|} \frac{2}{\pi} \ln |q| \right] & [\alpha = 1] \end{cases}$$

donde $0 < \alpha \leq 2$, $\gamma \in \mathbb{R}^+$ (llamado factor positivo de escala), $\mu \in \mathbb{R}$, y $\beta \in [-1, 1]$ es llamado parámetro de asimetría.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos

19 Distribuciones estables

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones estables



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos

20 Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de Ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

$$\ln \phi(q) = \begin{cases} i\mu q - \gamma |q|^\alpha \left[1 - i\beta \frac{q}{|q|} \tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) \right] & [\alpha \neq 1] \\ i\mu q - \gamma |q| \left[1 + i\beta \frac{q}{|q|} \frac{2}{\pi} \ln |q| \right] & [\alpha = 1] \end{cases}$$

Algunas de las que se conocen más son:

- ▶ $\alpha = 1/2, \beta = 1$ (Lévy-Smirnov)⁸
- ▶ $\alpha = 1, \beta = 0$ (Lorentziana/Cauchy)⁹
- ▶ $\alpha = 2$ (Gaussiana)

⁸Parece modelar bien la inversión del campo magnético de un planeta.

⁹Forma de líneas espectrales sujetas a ensanchamiento homogéneo.

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones estables



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio de no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos

21

Distribuciones estables

Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

30

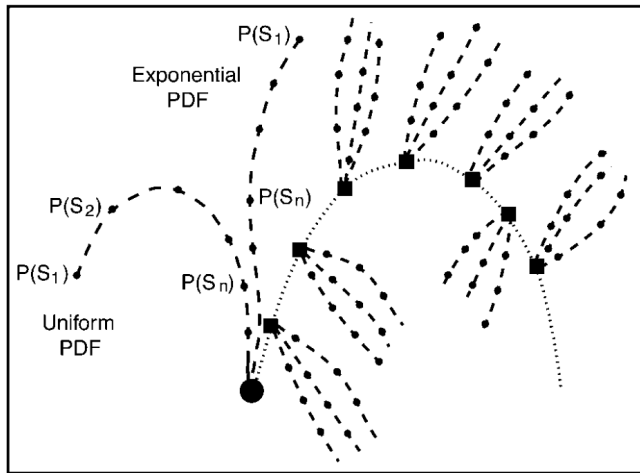


Figura: Cuencas de atracción de las variables aleatorias con distribuciones estables.

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ¿Cuál es realmente la importancia física (y económica) de dichas distribuciones?

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables

22

**Distribuciones
infinitamente divisibles**

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ▶ ¿Cuál es realmente la importancia física (y económica) de dichas distribuciones?
- ▶ Si un sistema es finito (aislado), las distribuciones con momentos infinitos carecen de sentido. Pero en el momento que hay sistemas abiertos, pueden resultar los modelos adecuados, y hasta la explicación de por qué no se observa el típico “comportamiento Gaussiano”.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables

22

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ▶ ¿Cuál es realmente la importancia física (y económica) de dichas distribuciones?
- ▶ Si un sistema es finito (aislado), las distribuciones con momentos infinitos carecen de sentido. Pero en el momento que hay sistemas abiertos, pueden resultar los modelos adecuados, y hasta la explicación de por qué no se observa el típico “comportamiento Gaussiano”.
- ▶ Esta es además una posible explicación de la aparición de “leyes de potencia” que cumplen que tienen varianzas (y otros momentos) infinitos.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables

22

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles

- ▶ Las leyes de potencia aparecen en sistemas abiertos y **no finitos**, pero incluso en sistemas finitos pueden aparecer en **estados críticos**.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables

23

**Distribuciones
infinitamente divisibles**

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ▶ Las leyes de potencia aparecen en sistemas abiertos y **no finitos**, pero incluso en sistemas finitos pueden aparecer en **estados críticos**.
- ▶ Para entender la naturaleza de estas (y otras) distribuciones que se ven atraídas por distribuciones estables no-Gaussianas, estudiaremos el concepto de **distribución infinitamente divisible**.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables

23

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

- ▶ Las leyes de potencia aparecen en sistemas abiertos y **no finitos**, pero incluso en sistemas finitos pueden aparecer en **estados críticos**.
- ▶ Para entender la naturaleza de estas (y otras) distribuciones que se ven atraídas por distribuciones estables no-Gaussianas, estudiaremos el concepto de **distribución infinitamente divisible**.
- ▶ Este concepto, además, resulta contener otros atractores más generales aun.

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables

23

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables

24

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

30

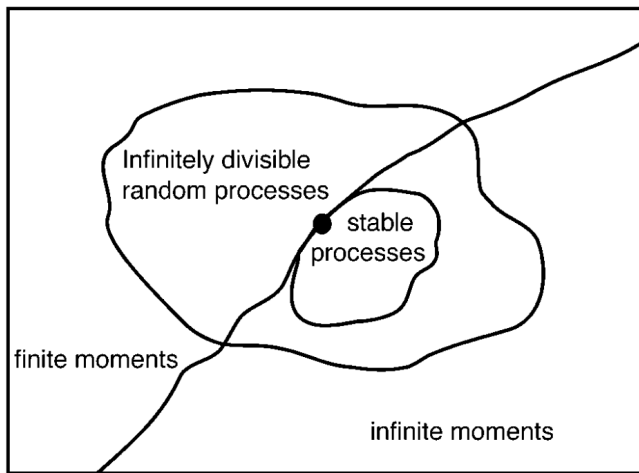


Figura: Esquema de las clases de procesos aleatorios. El punto sólido denota a la distribución Gaussiana.

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

Definición (Distribución infinitamente divisible)

Una variable aleatoria, Y , se dice ser **infinitamente divisible** si para todo $k \in \mathbb{Z}^+$ existe una colección de variables aleatorias i.i.d.¹⁰ $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$, tales que:

$$Y = \sum_{i=1}^k X_i$$

¹⁰Independientes e idénticamente distribuidas. Es decir, que siguen la misma distribución de probabilidad.

Introducción

Orígenes y definición

Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje

Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos

Teorema de límite central y sistemas abiertos

Distribuciones estables

25

Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Breve teoría de distribuciones

Distribuciones infinitamente divisibles



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases
Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

Definición (Distribución infinitamente divisible)

Una variable aleatoria, Y , se dice ser **infinitamente divisible** si para todo $k \in \mathbb{Z}^+$ existe una colección de variables aleatorias i.i.d.¹⁰ $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$, tales que:

$$Y = \sum_{i=1}^k X_i$$

Equivalentemente, si su función característica, $\phi_Y(q)$, es igual al poder k -ésimo de otra dada,

$$\phi_Y(q) = [\phi_k(q)]^k$$

donde $\phi_k(q)$ es función característica de cualquier X_i .
Ej) Poisson, Gamma, cualquier estable.

¹⁰Independientes e idénticamente distribuidas. Es decir, que siguen la misma distribución de probabilidad.

25

30

Otros retos

El problema de las unidades

- Un problema fundamental en física (metrología), es el de definir rigurosamente las unidades que utilizamos para comunicar nuestras mediciones.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase
Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

26

30

Otros retos

El problema de las unidades

- ▶ Un problema fundamental en física (metrología), es el de definir rigurosamente las unidades que utilizamos para comunicar nuestras mediciones.
- ▶ Este problema se engrandece en economía: No existe tiempo natural para todos los mercados, ciclos biológicos, apertura y cierre de intercambios, etc.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

26

El problema de las
unidades

Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

Otros retos

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

- ▶ Los mercados se pueden comportar como sistemas materiales y abiertos, con propiedades análogas a cambios de fase físicos.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

27

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Otros retos

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

- ▶ Los mercados se pueden comportar como sistemas materiales y abiertos, con propiedades análogas a cambios de fase físicos.
- ▶ Esto puede tanto cobrar inspiración de la física de materiales, como brindarla.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades

27

Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Otros retos

Teorías cuánticas de campos

- ▶ Recordamos que el aspecto “cuántico” de los fenómenos es de índole topológica (restricciones de frontera en un sistema). Esto puede pasar en escenarios económicos donde algún mercado comprometa el crecimiento (en cierto sentido, indicadores macroscópicos, etc.) a otro mercado.

¹¹ Ver Thalmaier, A. (2006). Stochastic calculus of variations in mathematical finance.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las unidades
Aproximaciones a equilibrio: Diagramas de fase

28

Teorías cuánticas de campos

Conclusiones

Referencias

30

Otros retos

Teorías cuánticas de campos

- ▶ Recordamos que el aspecto “cuántico” de los fenómenos es de índole topológica (restricciones de frontera en un sistema). Esto puede pasar en escenarios económicos donde algún mercado comprometa el crecimiento (en cierto sentido, indicadores macroscópicos, etc.) a otro mercado.
- ▶ Esto motiva el uso de un formalismo general en análisis funcional que utilice operadores de **creación** y **aniquilación** similar a en QFT, y se hablen de campos asociados a dichas restricciones que expliquen su estructura¹¹.

¹¹Ver Thalmaier, A. (2006). Stochastic calculus of variations in mathematical finance.



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de
distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase

28

Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

Referencias

30

Conclusiones



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

29 Conclusiones

Referencias

- ▶ La econofísica es uno de muchos posibles campos interdisciplinarios que servirá como fuente de inspiración mutua y comprobación de modelos en base a datos.

30

Conclusiones



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

29 Conclusiones

Referencias

30

Facultad de ciencias
Universidad Nacional
Autónoma de Honduras

- ▶ La econofísica es uno de muchos posibles campos interdisciplinarios que servirá como fuente de inspiración mutua y comprobación de modelos en base a datos.
- ▶ “El verdadero progreso nace sólo de la diversidad e interacción”.

Referencias



Econofísica

Luis Felipe Flores

Introducción

Orígenes y definición
Ejemplo motivador

Mercados vs. gases

Equilibrio del no-arbitraje
Modelo de intercambio
cinético

Breve teoría de distribuciones

Procesos estocásticos
Teorema de límite central y
sistemas abiertos
Distribuciones estables
Distribuciones
infinitamente divisibles

Otros retos

El problema de las
unidades
Aproximaciones a
equilibrio: Diagramas de
fase
Teorías cuánticas de
campos

Conclusiones

30 Referencias

- ▶ Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. (1999). Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance. Cambridge university press.
- ▶ Chatterjee, A.; Yarlagadda, S.; Chakrabarti, B.K. (2005). Econophysics of Wealth Distributions. Springer-Verlag (Milan).
- ▶ Malliavin, P., & Thalmaier, A. (2006). Stochastic calculus of variations in mathematical finance. Springer Science & Business Media.

¡Gracias por su atención!

¿Preguntas?

