



## Simulación numérica de túnel de viento con obstáculos poligonales

### Numerical simulation of wind tunnel with polygonal obstacles

A. GODOY<sup>1</sup>, F. VIDES<sup>2</sup>

Recibido: 29 de Marzo de 2021 / Aceptado: 13 de Mayo de 2021

#### RESUMEN

La aproximación cíclica de estado finito (ACEF) es una nueva técnica que utiliza teoría de operadores y álgebra lineal para identificación de sistemas y predicción del comportamiento en procesos de sistemas basados en datos. Esta es un área de gran actividad, por sus amplias aplicaciones en la industria de procesos, ingeniería y mecánica cuántica. Se han realizado aplicaciones en modelos como la transmisión de ondas electromagnéticas, los cuales han tenido resultados satisfactorios en el procesamiento de los datos y la predicción del comportamiento de sistemas basados en datos. En este artículo se presentan ejemplos del uso del método ACEF, para la detección de vórtices cíclicos en un túnel de viento, y predicción del comportamiento del sistema en el futuro, usando como obstáculos el diseño de la forma de las alas del edificio Burj Khalifa de Dubai.

#### ABSTRACT

Cyclic Finite State Approach (CFSA) is a new technique that uses operator theory and linear algebra to identify systems and predict behavior in data-driven system processes. This is an area of great activity, due to its wide applications in the industry of processes, engineering and quantum mechanics. Applications have been made in models such as the transmission of electromagnetic waves, which have had satisfactory results in data processing and the prediction of the behavior of data-based systems. This article presents examples of the use of the ACEF method, for the detection of cyclical vortices in a wind tunnel, and prediction of the behavior of the system in the future, using as obstacles the design of the shape of the wings of the Burj Khalifa building of Dubai.

#### PALABRAS CLAVES

ACEF, Número de Reynolds, mecánica de fluidos, Calle de vórtices de von Kármán.

#### KEYWORDS

Cyclic Finite-State Approximation of data driven systems, Reynolds Number, Fluid Mechanics, Vortex Street by von Kármán.

<sup>1</sup>Escuela de Física, Facultad de Ciencias,  
Universidad Nacional Autónoma de Honduras  
email: a\_godoy7@yahoo.es

<sup>2</sup>Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias,  
Universidad Nacional Autónoma de Honduras  
email: fredy.vides@unah.edu.hn

\* Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento - NoComercial 4.0 Internacional

\* This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

## I | INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta una aplicación del método Aproximación Cíclica de Estado Finito (ACEF) para un problema en mecánica de fluidos.

La ACEF es un método creado recientemente para determinar si los datos de un sistema tienen un comportamiento cíclico. Los datos pueden ser extraídos directamente de sensores de un proceso industrial, de la naturaleza o de un modelo matemático de un sistema físico en forma de vectores complejos.

El método crea matrices de transición que son utilizadas para hacer un mapa que muestra el comportamiento de un estado  $x_t$  a un estado  $x_{t+1}$ , para  $1 \leq t \leq n$ , Vides (2019). Entre las áreas donde se puede aplicar este método se encuentran, algunos sistemas eventualmente periódicos como: mecánica de fluidos, mecánica cuántica, ingeniería, procesos industriales, etc.

El método ACEF se aplica a sistemas discretos de estado finito que tengan un comportamiento casi eventualmente periódicos.

Se presenta una aplicación concreta del método ACEF con obstáculos poligonales en un túnel de viento, en la cual se emplea el modelo dinámico de calle de vórtices de von Kármán mediante ecuaciones de Navier-Stokes con sus respectivas restricciones y fronteras. Los obstáculos elegidos para los experimentos son los diseños de las formas de las alas del edificio Burj Khalifa de Dubai.

## II | MÉTODO APROXIMACIÓN CÍCLICA DE ESTADO FINITO

La Aproximación Cíclica de Estado Finito (ACEF) es una nueva técnica para la identificación y aproximación de sistemas restringidos basados en datos. Este método consta de varios pasos para el descubrimiento, el control predicativo de las leyes de evolución y simulación numérica de los datos del sistema. Se busca introducir este método en sistemas que muestren un comportamiento de la forma:

$$\Sigma : \begin{cases} x_{t+1} = F(x_t, t), t \geq 1 \\ x_t \in \Sigma \subseteq \mathbb{C}^n \end{cases} \quad (1)$$

donde  $\Sigma \subseteq \mathbb{C}^n$  es el conjunto de estados válidos para el sistema,  $F : \mathbb{C}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^n$  es un mapa restringido que es parcialmente conocido, o necesita ser determinado/descubierto basado en algunos datos (muestra de datos)  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq N}$  para  $N \leq n$ , obtenido en la forma de captura de datos en un instante relacionado al sistema  $\Sigma$  bajo estudio.

El mapa  $F$  en 1 puede ser interpretado como un dispositivo caja negra, que necesita ser determinado de tal manera que puede ser usado para transformar el estado presente  $x_t$  en el estado siguiente  $x_{t+1}$ , de acuerdo con Vides (2019).

En este caso hemos elegido aplicar el método ACEF para aplicarlo a un sistema basado en la mecánica de fluidos llamado "calle de vórtices de von Kármán", el cual se explica en 1

En este estudio, la información sobre un sistema dado, es proporcionado esencialmente por órbitas (secuencias de datos) en un espacio de estados válidos  $\Sigma$ , se hace referencia a sistemas basados en datos en términos de conjuntos o elementos de un espacio de estados  $\Sigma$ .

El descubrimiento, el control predictivo de las leyes de evolución y la simulación de un sistema de la forma (1) son altamente importantes en el análisis basado en datos y predicción de comportamiento, para modelos relacionados al control automático de sistemas y procesos en la industria e ingeniería.

Una propiedad importante con la que debe contar el sistema en estudio para que el método ACEF sea aplicado con éxito, esta dada por el teorema siguiente:

**Teorema II.1:** Dado  $\varepsilon > 0$  una órbita aproximadamente eventualmente periódica  $\{x_t\}_{t \geq 1}$  de un sistema basado en datos  $\Sigma \subseteq \mathbb{C}^n$  tiene una ACEF siempre que  $2 \text{ind}_\varepsilon(\{x_t\}) \leq n$ , Vides (2019).

Cuando se tiene un comportamiento eventualmente periódico, se necesita identificar una muestra de estados mínimo de  $2 \text{ind}_\varepsilon$  para que el método haga una predicción correcta del comportamiento del sistema en estudio.

### III | CALLE DE VÓRTICES DE VON KÁRMÁN

La dinámica de los fluidos es una rama de la física que estudia las fuerzas, movimientos y reacciones de los fluidos.

Gran parte de los fenómenos dinámicos de los fluidos que ocurren en la naturaleza pueden ser modelados matemáticamente. El fenómeno llamado “calle de vórtices de von Kármán” es apreciable cuando un fluido con ciertas características choca contra un obstáculo en su trayectoria. Se ha observado que este fenómeno ocurre cuando el fluido cumple algunas propiedades específicas, que provocan el desprendimiento de vórtices en la estela de un obstáculo contundente ubicado en el la trayectoria de un flujo.

La calle de vórtices de von Kármán es de gran interés para este estudio ya que esta formado por el desprendimiento de una serie de vórtices periódicos que pueden ser modelados a través de ecuaciones matemáticas y así obtener una secuencia de datos para su estudio utilizando el método ACEF.

El desprendimiento de vórtices de un obstáculo en un flujo subsónico contante es una función del número de Reynolds ( $Re$ ), basado en la velocidad de flujo libre  $U$  y el diámetro del cilindro  $D$ .

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido. Los principales regímenes de números de Reynolds para la emisión de vórtices desde un cilindro circular liso se producen entre  $Re = 40$  y  $Re = 300$ , Green (2012).

Cuando el número de Reynolds es menor a cuarenta, la estela de un obstáculo en la trayectoria del flujo es muy estable y no se observan vórtices desprendiéndose en el fluido. Sin embargo, si el número de Reynolds es mayor o igual a cuarenta ( $Re \geq 40$ ), se ha observado que el flujo se vuelve inestable en la estela de los obstáculos. En los primeros instantes no se provocan vórtices en el flujo, pero en determinado momento el flujo empieza a tener un comportamiento errático y se vuelve inestable, es ahí donde se empiezan a formar los vórtices en un lado del obstáculo con tendencia hacia el centro de la estela, mientras que el otro lado, la inestabilidad ocurre hacia afuera de la estela, esto provoca que se desarrollen oscilaciones en el flujo. Con el tiempo este comportamiento se invierte y es el lado opuesto el que forma un vórtice que gira en dirección opuesta al anterior, hacia el centro de la estela, mientras el otro se aleja. Esto se repite uno después de otro, lo que hace que las oscilaciones se vuelvan

periódicas en el tiempo y se mueven en la dirección del flujo. Después de este momento, la estela va a estar conformada por vórtices oscilantes. También ocurre, que la amplitud de los vórtices aumenta a medida que se alejan del obstáculo, entonces, los vórtices oscilatorios giran en sentidos contrarios formando dos filas entrelazadas, a lo que se le llama “Calle de vórtices de von Kármán”.

Como los vórtices de circulación opuesta se desprenden alternativamente de los dos lados, el cilindro experimenta una fuerza oscilante de “elevación”. Von Kármán en 1912 investigó este fenómeno como una superposición de vórtices de irrigación. NPTEL (2003).

Las fuerzas oscilantes producto del fenómeno de vórtices periódicos alrededor de las edificaciones provocan vibraciones no deseadas en las estructuras. Estas vibraciones son más evidentes y perjudiciales en las estructura más altas. Las vibraciones que son inducidas producto del desprendimiento de vórtices pueden crear problemas estructurales. El efecto de los vórtices al separarse de un cuerpo contundente, induce una fuerza fluctuante que actúa sobre la estructura provocando vibraciones según Bessason y Snæbjörnsson (2008).

#### **IV | EDIFICIO BURJ KHALIFA DE DUBAI.**

En este documento elegimos hacer un estudio de túnel de viento con un obstáculo poligonal conocido.

El edificio Burj Khalifa en Dubai es uno de los edificios más altos del mundo con una altura de 800 metros, construido en el año 2009, Subramanian (2010) por lo que nos pareció de gran interés hacer observaciones de un flujo alrededor de los diseños de sus plantas: inferior, media y superior.

Al ser un edificio muy alto, es susceptible a vibraciones, movimientos oscilatorios, provocados por fuerzas del ambiente exterior que pueden ser catastróficas si estas exceden el límite de la resistencia mecánica de la estructura.

Se llevaron a cabo muchas pruebas de túnel de viento para observar el comportamiento de los diseños a escala de modelos aeroelásticos de múltiples grados de libertad y estudios climáticos del viento. Todos los estudios en tunel de viento se hicieron en los Estados Unidos en el estado de Unitario. Baker, Korista, y Novak (2007)

El edificio Burj Khakifa esta construido con varios diseños de formas de alas en sus niveles, pero los diseños más relevantes son tres (inferior, medio y superior), por lo que hacemos experimentos con cada uno de ellos.

Los diseños de las plantas del edificio tienen forma puntiaguda en tres direcciones diferentes llamadas narices. Cada nariz esta desplazada ciento veinte grados ( $120^\circ$ ) entre ella con un centro en común, cuyo lado opuesto se le llama cola, como se observa en las figuras 1, 4, 7, donde se puede ver los diseños de la forma de cada una de las alas que se realizaron los experimentos. La dirección del viento seleccionado para los experimentos fueron considerados según Baker y cols. (2007), que son las direcciones mas frecuentes de incidencia del viento, con respecto a la ubicación del edificio.

En Baker y cols. (2007) no se menciona si obtuvieron datos numéricos del comportamiento de los vórtices que se desprenden de las estructuras que conforman el edificio Burj Khalifa. En este artículo se emplea un modelo matemático para simular un estudio de túnel de viento, para recopilar datos del

comportamiento del sistema y analizarlos a través del algoritmo propuesto.

## V | PROCEDIMIENTO DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS DE TÚNELES DE VIENTO CON OBSTÁCULOS POLIGONALES: FORMA DE LAS ALAS DEL EDIFICIO BURJ KHALIFA DE DUBAI.

Para realizar las simulaciones numéricas de túnel de viento, tomamos el modelo dinámico genérico de Navier-Stokes de la forma.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - \nu \Delta u + \nabla p = 0, \nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

Utilizamos el programa Free-FEM++ para integrar estas ecuaciones en el tiempo utilizando el esquema convect de Free-FEM++.

Para discretizar el operador  $\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u$  se produce un esquema de aproximación de la forma:

$$\frac{1}{\tau} (u^{n+1} - u^n \circ X^n) - \nu \Delta u^{n+1} + \nabla p^{n+1} = 0, \nabla \cdot u^{n+1} = 0 \quad (3)$$

Las condiciones elegidas para los experimentos numéricos son:

- 1) Un túnel de viento de 40 unidades de largo por 8 unidades de alto,
- 2) obstáculos poligonales, los cuales son tres diseños de la forma de las alas del edificio Burj Khalifa de Dubai,
- 3) números de Reynolds = 40, 70, 100, 130, 160, 190, 220, 250, 280, 300.

Se hace la discretización del modelo con el método de elementos finitos, éste proceso se hace computacionalmente utilizando el programa para Linux, FreeFEM++.

Resolveremos el problema modelo de flujo de una calle de vórtices de von Kármán utilizando como obstáculos el diseño de las formas de las alas del edificio Burj Khalifa de Dubai.

Haciendo una discretización en tiempo del modelo dinámico de las calles de vórtices de von Kármán con el método de elementos finitos, con el programa FreeFEM++. Se generan patrones del movimiento del fluido alrededor del obstáculo elegido. La toma de datos se hace de forma uniformemente espaciada en el tiempo, lo que nos da como resultado un historial de datos obtenido en forma de capturas instantáneas de datos en relación al comportamiento del fluido en el túnel de viento mencionado anteriormente. Los datos obtenidos son archivos de malla \*.mesh y de datos \*.txt que permiten almacenar los patrones de calle de vórtices de von Kármán.

Luego, se aplica el método ACEF desarrollado por F. Vides en (Vides, 2019), para identificar el índice del sistema, el cual es un requisito importante para la buena aplicación del método. Al encontrar el índice de los datos del sistema en estudio, se encuentra el pseudo espectro de los datos y se gráfica el comportamiento normado de los datos para determinar la periodicidad o eventual periodicidad del sistema, lo que nos permite calcular la predicción del comportamiento del flujo en el futuro.

Se realizó la codificación del algoritmo ACEF en el programa GNU Octave. El programa ACEF calcula predicciones y controles cíclicos de estado finito de las calles de vórtices de von Kármán, produce salidas gráficas y los diagramas espectrales de la predicción.

Tenemos que, la técnica deriva un algoritmo de aproximación de estado finito para sistemas basados en datos aproximadamente eventualmente periódicas.

El algoritmo para el cálculo de la ACEF basado en datos es presentado como sigue:

1. **Algoritmo 1:** Algoritmo de aproximación cíclica de estado finito basado en datos.
2. **Datos:** Número real  $\varepsilon > 0$ , historial de datos:  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq s+T+1}$ ,  $s, T \subseteq \mathbb{Z}^+$
3. **Resultados:** Realización aproximada de las matrices  $(\mathcal{K}, \mathcal{T}, \mathcal{L}) \in \mathbb{C}^{n \times n} \times \mathbb{C}^{n \times n} \times \mathbb{C}^{n \times n}$  de  $\tilde{\Sigma}$ 
  1. Conjunto  $m = s + T$
  2. Obtener/calcular muestra  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq m+1}$  de  $\Sigma$
  3. Calcular  $k = \arg \min_{1 \leq t \leq m} \|x_{m+1} - x_t\|_2$
  4. Calcular SVD  $\mathbb{V}\mathbb{S}\mathbb{W} = [x_1, \dots, x_m]$
  5. Calcular la matriz  $\hat{\mathbb{Z}}_{>} = [\hat{z}_1, \dots, \hat{z}_m]$  en (23) para  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq m}$
  6. Conjunto  $\mathcal{K} = \mathbb{V}\mathbb{V}^*$
  7. Conjunto  $\mathcal{L} = (s_{11}^2 / \|\tilde{x}_1\|_2^2) \hat{z}_1 \hat{z}_1^*$
  8. Conjunto  $\mathcal{T} = \hat{\mathbb{Z}}_m \mathbb{C}_{k,m} \mathbb{Z}_m^*$

Retorna  $\{\mathcal{K}, \mathcal{T}, \mathcal{L}\}$ .

## VI | SIMULACIÓN NUMÉRICA

En esta sección, se realizan experimentos numéricos para la aplicación del método propuesto. Los siguientes ejemplos son extraídos de (Baker y cols., 2007). La simulación se realiza en FreeFEM++ y GNU Octave.

Las condiciones elegidas para los experimentos: Túnel de viento de 40 unidades de largo por 8 unidades de alto, obstáculos poligonales, los diseños de 3 formas de las alas del edificio Burj Khalifa de Dubai, número de Reynolds = 40, 70, 100, 130, 160, 190, 220, 250, 280 y 300.

La aplicación de los algoritmos se hace en un computador DELL Inspiron 15 serie 5000, cuenta con un procesador intel core i5 de séptima generación, 8GB de memoria RAM, cuatro núcleos, se trabaja con el sistema operativo LINUX xubuntu. Los programas utilizados son FreeFEM++ v4.4.3 y GNU Octave v5.1.0. Los algoritmos para los experimentos realizados en este artículo se tomaron referencias de Vides (2019) y Vides (2021).

## 1 | Experimento 1

Las condiciones elegidas para el primer experimento son: Túnel de viento de 40 unidades de largo por 8 unidades de alto, con obstáculo poligonal, diseño del ala inferior del edificio Burj Khalifa de Dubai.

La Figura 1, muestra el desarrollo dinámico del sistema de túnel de viento, tomando los datos de los vórtices formados en la estela del obstáculo propuesto, teniendo un historial de 560 estados, donde se producen vórtices periódicos. El comportamiento de la órbita aproximadamente periódica se traza en la figura 2b, donde se observa el periodo normado de los datos obtenidos.

En la figura 2a se visualiza el comportamiento pseudo espectral de la evolución del sistema dinámico (Lado Izquierdo de la figura 2a) y la predicción del comportamiento del sistema (Lado derecho de de la figura 2a).

Al hacer variaciones en la velocidad del flujo, se modifica el número de Reynolds. En la tabla [1] se muestra la variación de la velocidad del flujo que nos da como resultado números de Reynolds para flujos donde se pueden encontrar vórtices periódicos.

Se puede observar el comportamiento del sistema, donde se ve un decaimiento en el número de estados mínimos para obtener vórtices periódicos a medida que aumenta el número de Reynolds.

## 2 | Experimento 2

Las condiciones elegidas para el segundo experimento son: Túnel de viento de 40 unidades de largo por 8 unidades de alto, con obstáculo poligonal, diseño del ala media del edificio Burj Khalifa de Dubai.

Al igual que el experimento anterior en la Figura 4, muestra el desarrollo dinámico del sistema de túnel de viento, tomando los datos de los vórtices formados en la estela del segundo obstáculo con número de Reynolds = 160. En la figura 5a se visualiza el comportamiento pseudo espectral de la evolución del sistema dinámico y la predicción respectivamente. Finalmente, en la figura 2b, se observa el periodo normado de los datos obtenidos.

En la tabla 2, se hacen variaciones de la velocidad del flujo para números de Reynolds entre 40 y 300, se hacen pruebas de 560 estados del sistema planteado.

## 3 | Experimento 3

Las condiciones elegidas para el tercer experimento son: Túnel de viento de 40 unidades de largo por 8 unidades de alto, con obstáculo poligonal, diseño del ala superior del edificio Burj Khalifa de Dubai.

En la tabla 3, se tomó en cuenta 560 estados al igual que los experimentos anteriores, sin embargo, en las primeras tres pruebas, no se pudo determinar una predicción del sistema.

## VII | CONCLUSIONES Y TRABAJOS A FUTUROS

1. En la actualidad, existen instrumentos de medición que monitorean los procesos industriales, la naturaleza, sistemas de producción, etc. Los datos obtenidos de las mediciones son registrados en ordenadores para su análisis y transmisión. El análisis de los datos puede ser realizado por métodos

matemáticos. Esta es el área donde la aproximación cíclica de estado finito es de gran utilidad y puede posicionarse como una técnica de análisis de datos proveídos por sistemas discretos.

2. En los experimentos se puede apreciar que con un comportamiento casi periódico es posible realizar una predicción del comportamiento de obstáculos poligonales. Como se observó, no se necesitan bucles exactamente iguales para que el método detecte un comportamiento cíclico.
3. El tiempo de ejecución del algoritmo esta determinado por el número de estados que se toman en consideración, ya que, a menor número de estados, menor tiempo de ejecución. La detección del pseudo espectro y la gráfica del comportamiento normado es aún menor. Esto demuestra que el algoritmo es eficiente en la detección de órbitas casi eventualmente periódicas. Sin embargo, si se utiliza el algoritmo propuesto en este artículo en un sistema dinámico que ya alcanzó un estado estable, entonces la detección de las órbitas periódicas será mucho más rápido.
4. En investigaciones futuras se estudiarán otras estructuras ubicadas en lugares a grandes alturas para hacer un análisis de vibraciones, fuerzas, amplitudes de movimiento, frente a un flujo vía identificación de sistemas.

## I REFERENCIAS

- Baker, W. F., Korista, D. S., y Novak, L. C. (2007). Burj dubai: Engineering the world's tallest building. *The structural design of tall and special buildings*, 16(4), 361–375.
- Bessason, B., y Snæbjörnsson, J. T. (2008). Vortex shedding induced vibrations of a light mast. En *Bbaa vi international colloquium on: bluff bodies aerodynamics and applications, milano, italy*.
- Green, S. (2012). *Fluid vortices* (Vol. 30). Springer Science & Business Media.
- NPTEL. (2003). *Nptel*. Descargado de URL{[https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/112104118/lecture-31/31-3\\_mechanics.htm](https://nptel.ac.in/content/storage2/courses/112104118/lecture-31/31-3_mechanics.htm)} ([Web; accedido el 31-03-2020])
- Subramanian, N. (2010). Burj khalifa, world 's tallest structure. *New Building Materials & Construction World (NBM & CW)*, 7, 198–210.
- Vides, F. (2019). On cyclic finite-state approximation of data-driven systems. *IEEEExplore CONCAPAN 2019*.
- Vides, F. (2021). *Métodos numéricos y modelación computacional. versión electrónica disponible en la dirección: <https://cadds-lab.github.io/mnmc.pdf>*.



## VIII | APÉNDICE

**Algoritmo 1:** Algoritmo de aproximación cíclica de estado finito basado en datos.

**Datos:** Número real  $\varepsilon > 0$ , historial de datos:  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq s+T+1}$ ,  $s, T \in \mathbb{Z}^+$

**Resultados:** Realización aproximada de las matrices  $(\mathcal{K}, \mathcal{T}, \mathcal{L}) \in \mathbb{C}^{n \times n} \times \mathbb{C}^{n \times n} \times \mathbb{C}^{n \times n}$  de  $\tilde{\Sigma}$

Calcular  $m = s + T$

Obtener/calcular muestra  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq m+1}$  de  $\Sigma$

Calcular  $k = \arg \min_{1 \leq j \leq m} \|x_{m+1} - x_j\|_2$

Calcular SVD  $\mathbb{V}S\mathbb{W} = [x_1 \cdots x_m]$

Calcular la matriz  $\hat{Z}_m = [\hat{z}_1 \cdots \hat{z}_m]$  para  $\{x_t\}_{1 \leq t \leq m}$

Conjunto  $\mathcal{K} = \mathbb{V}\mathbb{V}^*$

Conjunto  $\mathcal{L} = (s_{11}^2 / \|\tilde{x}_1\|_2^2) \hat{z}_1 \hat{z}_1^*$

Conjunto  $\mathcal{T} = \hat{Z}_m C_{k,m} Z_m^*$

Retorna  $\{\mathcal{K}, \mathcal{T}, \mathcal{L}\}$ .

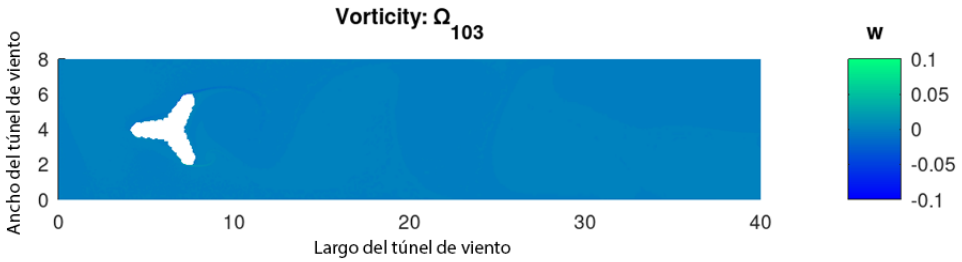


Figura 1: Comportamiento de 103 estados de la simulación,  $Re = 160$ .

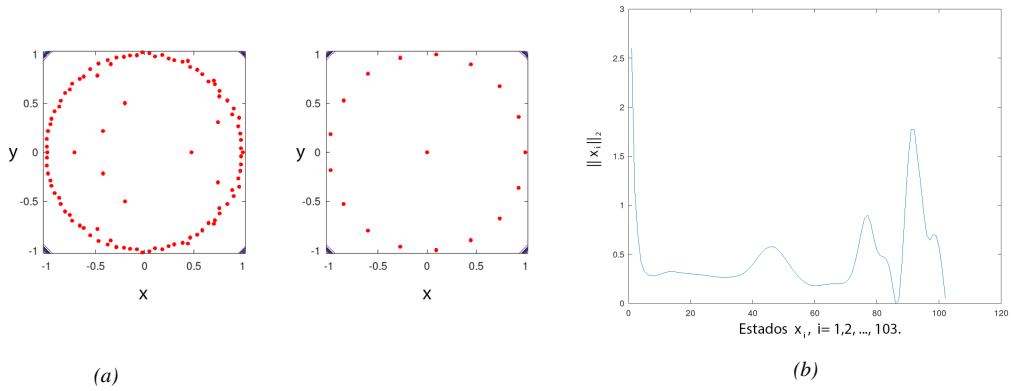


Figura 2:  $Re = 160$ , 103 estados. (a) Pseudoespectro de evolución del sistema (Lado Izquierdo), predicción del comportamiento en el futuro (Lado derecho). (b) Periodo normado del comportamiento del sistema.

Velocidad del flujo (m/s)	Número de Reynolds	Total de estados del experimento	Número de estados mínimo para predicción correcta	$\epsilon$ -Índice	Tiempo de ejecución del algoritmo ACEF para el número mínimo de estados (Seg)
0.00045	40	560	422	70	1208.21
0.0007875	70	560	226	40	1164.13
0.001125	100	560	160	28	809.488
0.0014625	130	560	125	21	656.876
0.0018	160	560	103	17	521.722
0.0021375	90	560	104	14	523.634
0.002475	220	560	83	12	426.281
0.0028125	250	560	93	11	469.135
0.00315	280	560	81	10	409.873
0.003375	300	560	78	8	400.662

Tabla 1: Resultados del experimento 1.

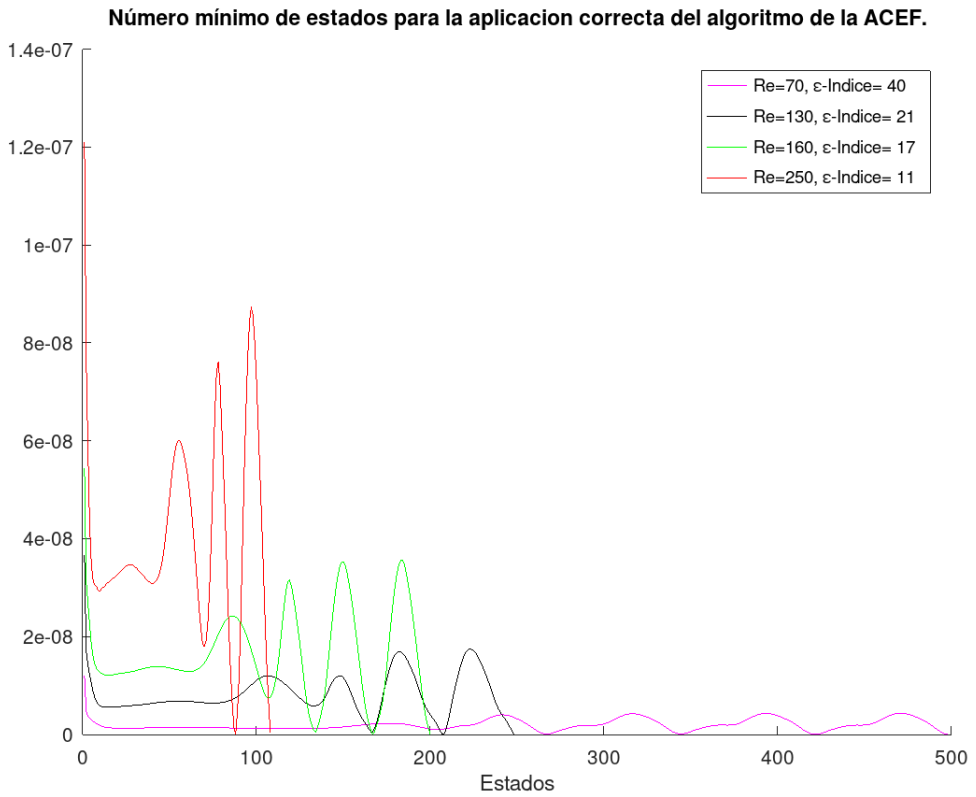


Figura 3: Comparación entre números mínimos de estados de la aplicación del método ACEF para varios números de Reynolds.

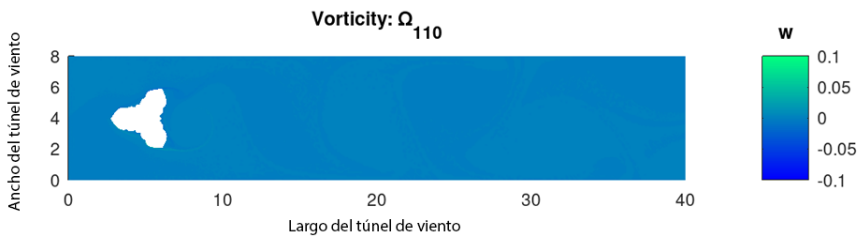


Figura 4: Comportamiento de 110 estados de la simulación,  $Re = 160$ .

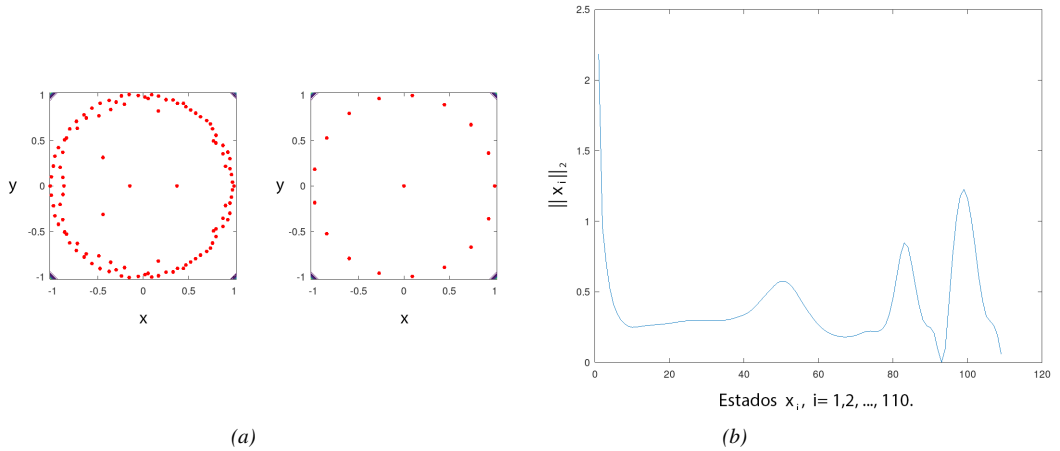


Figura 5:  $Re = 160$ , 110 estados. (a) Pseudoespectro de evolución del sistema (Lado Izquierdo), predicción del comportamiento en el futuro (Lado derecho). (b) Periodo normado del comportamiento del sistema.

Velocidad del flujo (m/s)	Número de Reynolds	Total de estados del experimento	Número de estados mínimo para predicción correcta	$\epsilon$ -Índice	Tiempo de ejecución del algoritmo ACEF para el número mínimo de estados (Seg)
0.00045	40	560	470	70	1841.21
0.0007875	70	560	262	39	1005.75
0.001125	100	560	173	27	661.503
0.0014625	130	560	131	21	506.872
0.0018	160	560	102	17	416.83
0.0021375	90	560	86	14	332.728
0.002475	220	560	72	11	310.848
0.0028125	250	560	76	10	290.872
0.00315	280	560	70	10	260.972
0.003375	300	560	59	8	248.899

Tabla 2: Resultados del experimento 2.

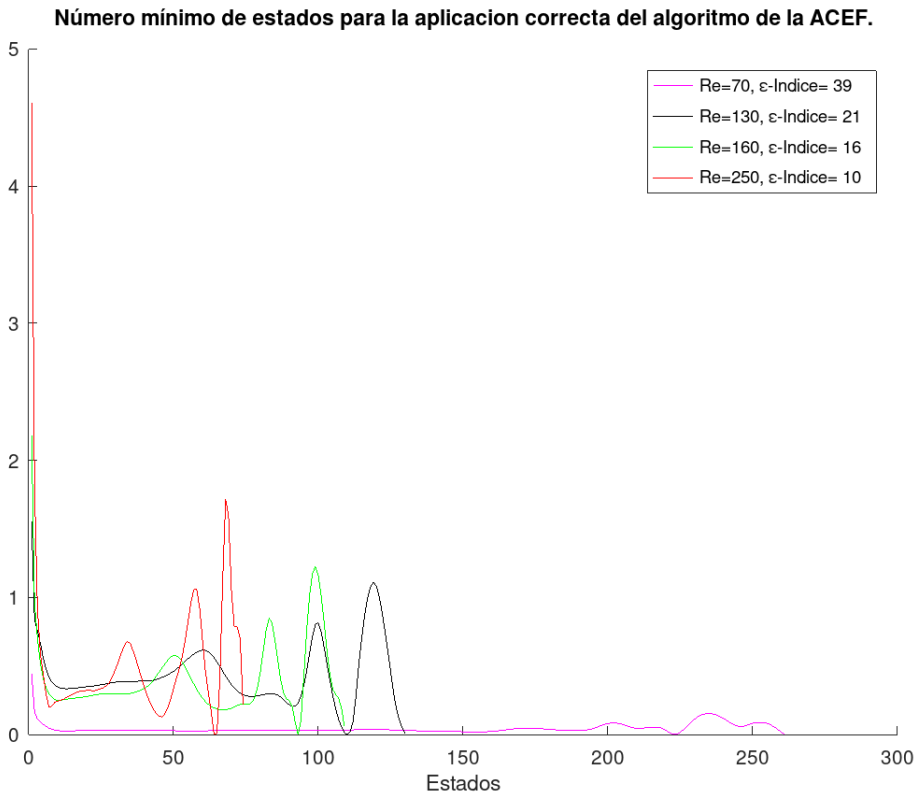


Figura 6: Comparación entre números mínimos de estados de la aplicación del método ACEF para varios números de Reynolds.

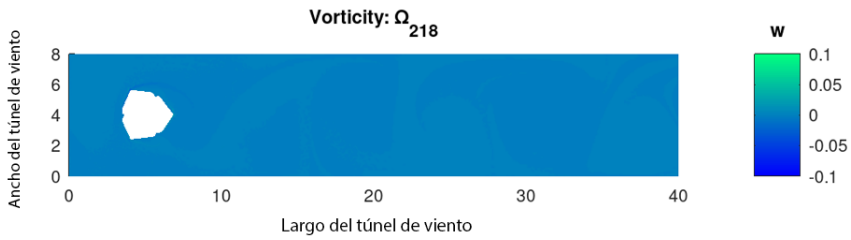


Figura 7: Comportamiento de 218 estados de la simulación,  $Re = 250$ .

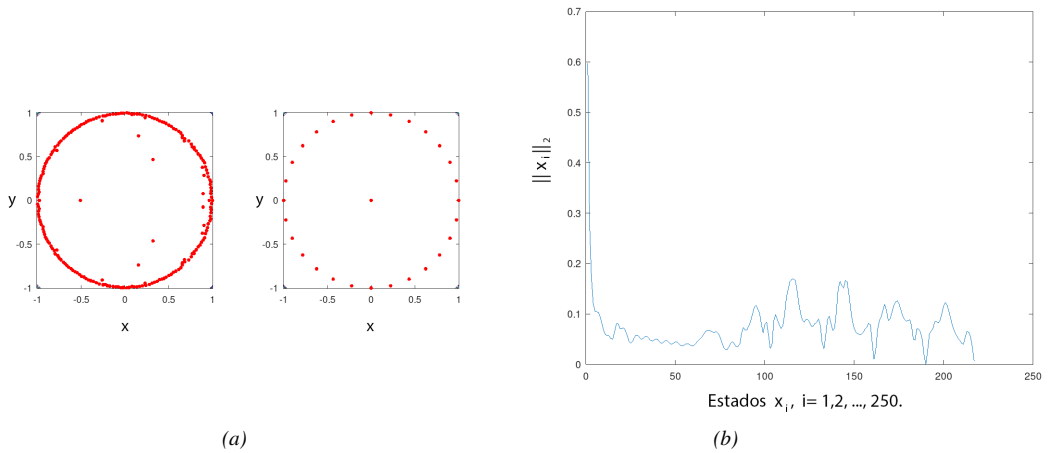
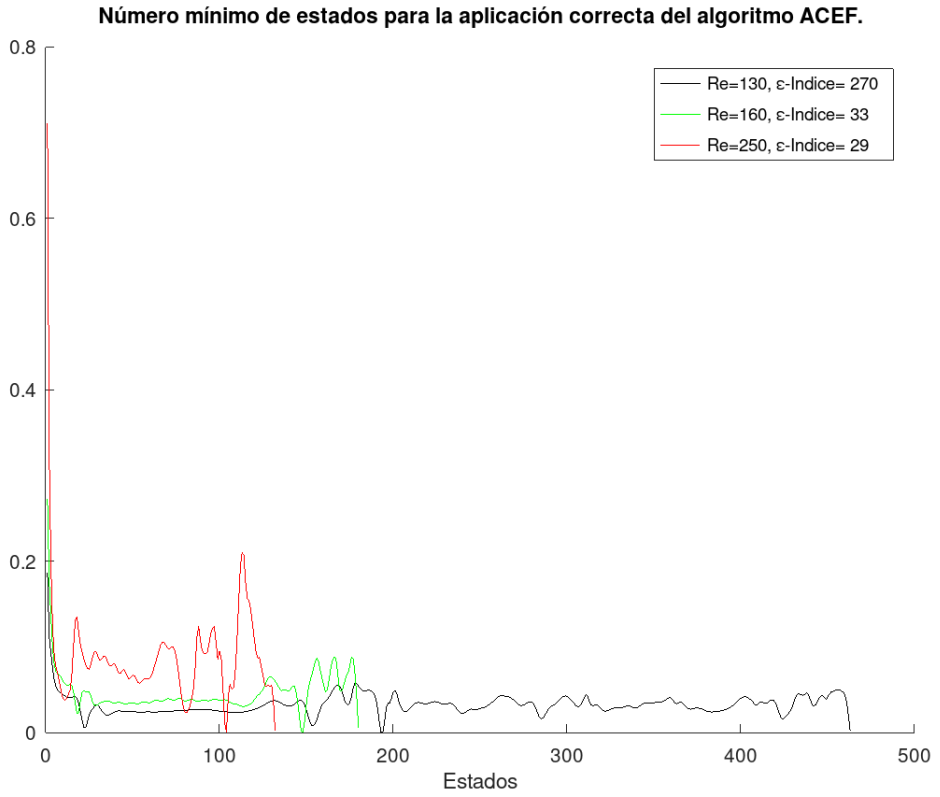


Figura 8:  $Re = 250$ , 218 estados. (a) Pseudo espectro de evolución del sistema (Lado Izquierdo), predicción del comportamiento en el futuro (Lado derecho). (b) Periodo normado del comportamiento del sistema.

Velocidad del flujo (m/s)	Número de Reynolds	Total de estados del experimento	Número de estados mínimo para predicción correcta	$\epsilon$ -Índice	Tiempo de ejecución del algoritmo ACEF para el número mínimo de estados (Seg)
0.00045	40	560	X	X	1435.19
0.0007875	70	560	X	X	1433.92
0.001125	100	560	X	X	1440.59
0.0014625	130	560	464	270	1179.73
0.0018	160	560	181	33	449.256
0.0021375	90	560	181	33	449.824
0.002475	220	560	159	59	393.176
0.0028125	250	560	133	29	361.739
0.00315	280	560	82	68	219.404
0.003375	300	560	95	39	253.926

Tabla 3: Resultados del experimento 3.



*Figura 9: Comparación entre números mínimos de estados de la aplicación del método ACEF para varios números de Reynolds.*