

Dinámica de un quark utilizando la dualidad AdS_5/CFT_4

JHONY A. HERRERA¹, ANGEL VELÁSQUEZ², AND BRYAN LARIOS³

¹Escuela de Física - UNAH, mail: jhony.herrera@unah.hn

²Escuela de Física - UNAH, mail: angel.velasquez@unah.hn

³Benemérita Universidad Autónoma de Puebla - mail: bryanlarios@gmail.com

Recibido: 22 de Septiembre de 2015 / Aceptado: 10 de Noviembre de 2015

Resumen

In this article we study the dynamics of a quark using the correspondence AdS_5 / CFT_4 , also known as dual Maldacena. This correspondence allows us to analyze a quark as if it were an open string in Anti-de Sitter space of 5-dimensional AdS_5 , whose movement would be governed by the movement of the quark at the 4-dimensional Minkowski space. We find expressions for the cross-speed and ultra-relativistic region of the string generated by a quark describing its movement in the space frontier AdS_5 . At the end we will work two special cases for moving the quark and the importance of ultra-relativistic region is explained.

Keywords: AdS_5/CFT_4 , cuerda, quark, Anti-de Sitter

En este artículo abordamos el estudio de la dinámica de un quark utilizando la correspondencia AdS_5/CFT_4 , también conocida como dualidad de Maldacena. Esta correspondencia nos permite analizar un quark como si se tratara de una cuerda abierta en el espacio Anti-de Sitter de 5-dimensiones AdS_5 , cuyo movimiento estaría regido por el movimiento del quark en el espacio 4-dimensional de Minkowski. Queremos encontrar expresiones para la velocidad transversal y la región ultra-relativista de la cuerda generada por un quark que describe su movimiento en la frontera del espacio AdS_5 . Al final se trabajan dos casos especiales para el movimiento del quark y se explica la importancia de la región ultra-relativista.

Palabras Clave: AdS_5/CFT_4 , cuerda, quark, Anti-de Sitter

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los tópicos de mayor interés en cualquier teoría de campos es el estudio de la propagación de la radiación en el espacio-tiempo. Como sabemos, debido a la gran complejidad de las teorías cuánticas de campos (QFT por sus siglas en inglés) y en particular, en el caso de la interacción fuerte, es extremadamente difícil poder realizar los cálculos correspondientes. Actualmente, gracias al gran desarrollo logrado por la física del último siglo, contamos con técnicas más completas para realizar estudios más complejos sobre éste fenómeno. Un breve recuento de lo que permitió el desarrollo de estas se enuncia a continuación.

Primero, identificamos a la electrodinámica clásica como la primera teoría de unificación que apareció en la física y la primera que nos permitiría estudiar fenómenos de radiación. Esta unificación se presentó entre la electricidad y el magnetismo, desarrolladas independientemente por Henry Cavendish y Charles Augustin de Coulomb para la electricidad; Hans Christian Oersted, Jean-Baptiste Biot, Savart, Andre-Marie Ampere y Faraday para el magnetismo. La relación entre estas dos teorías fue establecida por J. C. Maxwell allá por el año 1865, luego de eliminar

ciertas inconsistencias en las ecuaciones establecidas separadamente para la electricidad y el magnetismo. Cabe mencionar que este fue el punto de partida para la predicción de las ondas electromagnéticas y consigo el estudio de fenómenos de radiación. Por este gran logro, hoy en día al conjunto de ecuaciones que describen la electrodinámica, le conocemos como ecuaciones de Maxwell (ver [14]).

El desarrollo de la mecánica cuántica, por Erwin Schrodinger, Werner Heisenberg, Paul M. Dirac entre otros, trajo consigo la posibilidad de dar explicación a aquellos fenómenos ocurridos a nivel atómico que no podían explicarse con las teorías clásicas.

El desarrollo de estas teorías, sumado a los trabajos de Einstein sobre la gravedad, trajo consigo el reconocimiento de 4 fuerzas fundamentales en la naturaleza, entre ellas tenemos: La fuerza de la gravedad, la fuerza eletromagnética, la fuerza débil y la fuerte.

El análogo cuántico de la electrodinámica clásica es la electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés), una teoría basada en un grupo de simetría $U(1)$, en la cual identificamos al fotón como partícula mediadora. La fuerza nuclear débil por su parte, desarrollada por E. Fer-

mi, describe los fenómenos de desintegración radiactiva en el átomo. Sin embargo, con los trabajos realizados por Sheldon L. G. Abdus Salam y S. Weinberg se determinó que la interacción débil es consecuencia de la interacción electromagnética, lo que llevó a la unificación de estas dos interacciones y es lo que ahora conocemos como modelo electrodébil.

La fuerza nuclear fuerte, cuya partícula mediadora es el gluón, y que es la responsable de mantener ligados los quarks en el núcleo, está descrita por la cromodinámica cuántica (*QCD* por sus siglas en inglés) basada en un grupo de simetría de $SU(3)$.

A diferencia de *QED*, *QCD* es fuertemente acoplada a bajas energías, esto hace que no podamos aplicar métodos perturbativos y en general es difícil realizar cálculos en este rango de manera no perturbativa.

La teoría de cuerdas originalmente surgió en los años 60 con la necesidad de describir la teoría de interacción fuerte, sin embargo, vemos que debido a ciertas inconsistencias (ver [14],[11]), fue *QCD* la teoría que tuvo mayor aceptación para describir tal interacción. La teoría de cuerdas por su parte no se iba quedar atrás, tiempo después tuvo un gran crecimiento siendo propuesta como una teoría de unificación que abarcaría las cuatro interacciones fundamentales en la naturaleza [14],[11], [12].

La diferencia esencial entre la teoría de cuerdas y *QFT's*, es que en la teoría de cuerdas las partículas aparecen como objetos unidimensionales extendidos a los que conocemos como cuerdas. Estas cuerdas pueden ser abiertas o cerradas. Las cuerdas abiertas representan teorías de norma, mientras que las cuerdas cerradas nos describen la gravedad ([14],[11]). Esta es la única característica de la teoría de cuerdas como una teoría unificada. En este sentido, la teoría de cuerdas iba un paso más allá que el modelo estándar, al incluir la interacción gravitacional.

Uno de los descubrimientos más importantes desarrollados por la teoría de cuerdas y el tema en que ahora vamos a concentrarnos, es la correspondencia AdS/CFT establecida por J. Maldacena en el año 1997 ([9], [8], [14], [11]). Esta correspondencia reclama el siguiente principio de equivalencia

$$\text{QFT's} = \text{Teoría gravitacional en AdS}_5$$

La correspondencia nos relaciona teorías de norma en un espacio 4-dimensiones con teorías de gravedad en AdS₅. Esto solo lo hace posible el carácter de unificación que posee la teoría de cuerdas dado que, en teoría de campos convencionales, una teoría de norma y una teoría gravitacional están completamente separadas debido a que su fundamento y conceptos teóricos son muy distintos [11].

Existen muchas diferencias entre las teorías de norma convencionales y las teorías de norma que nos es posible

estudiar mediante esta correspondencia, algunas de estas diferencias son (ver [11]):

1. AdS₅/CFT₄ considera una teoría de norma $SU(N_c)$, donde N_c representa el número de colores (relacionado con los grados de libertad) que se esta considerando en la teoría, en el caso del modelo estándar $N_c = 3$.
2. AdS₅/CFT₄ considera una teoría de norma supersimétrica, un tipo de simetría que no presentan las teorías de campos como *QCD*.

De esto podemos decir que las teorías de norma analizadas con AdS₅/CFT₄ no son muy realistas, sin embargo, esto lo vemos muy a menudo en la física ya que es típico de cualquier método analítico. Estos problemas los encontramos a menudo en cualquier teoría de campos con acoplamiento fuerte, pero solo tenemos unos cuantos métodos analíticos y modelos con soluciones exactas a nuestra disposición. Por último, hay que aclarar que esta correspondencia no ha sido verificada experimentalmente, por tanto, continua como una conjetura a pesar de que existen varias evidencias que confirman su veracidad (ver [11],[14]).

Usando AdS₅/CFT₄, queremos analizar la región ultrarelativista de la cuerda generada por un quark que describe un movimiento característico. En la primera sección de este trabajo, realizamos una breve introducción de lo que es la acción para una cuerda relativista. Seguidamente, en la sección II, encontramos la región ultrarelativista para un quark moviéndose en una trayectoria generalizada. Por último, usamos los resultados obtenidos para desarrollar casos específicos para dos tipos de trayectorias y luego contrastarlo con resultados obtenidos en otras publicaciones (ver [6],[1],[2], [3]).

II. ACCIÓN DE LA CUERDA GENERADA POR EL QUARK

Un quark masivo propagándose en el vacío de una teoría supersimétrica de Yang-Mills $cN = 4 SU(N)$ (SYM por sus siglas en inglés) que vive en un espacio de Minkowski de 4 dimensiones, es descrito (en el su lenguaje dual usando AdS₅/CFT₄) por una cuerda abierta moviéndose en el espacio-tiempo AdS₅ [6],[7]. Cuya geometría está descrita por la métrica ([11], [6], [1], [2])

$$ds^2 = \frac{1}{u^2}(-dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 + du^2) \quad (1)$$

En este caso, fijamos un espacio AdS₅ de 5 dimensiones con curvatura unitaria, donde t , x , y y z corresponden a las coordenadas ordinarias de un espacio de Minkowski, y u corresponde coordenada radial de la cuerda (también conocida como coordenada holográfica).

La acción de una cuerda relativista debe presentar una dependencia de la trayectoria de la cuerda. En el caso de una partícula, la trayectoria que sigue en el espacio-tiempo es un objeto unidimensional que conocemos como línea

de mundo. Mientras que para una cuerda, su trayectoria deja una superficie bidimensional en el espacio-tiempo AdS_5 que denominamos hoja de mundo. En otras palabras, la acción debe poseer una dependencia intrínseca de las características de la hoja de mundo de la cuerda, dependencia asociada a la métrica de la hoja de mundo, expresada de la siguiente forma [14]

$$\gamma_{\alpha\beta} \equiv g_{\mu\nu} \frac{\partial X^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial X^\nu}{\partial \xi^\beta} \quad (2)$$

Donde $g_{\mu\nu}$ representa la métrica del espacio en el que estamos trabajando (AdS_5). Los índices α y β corren desde 1 hasta 2, y tomamos $\xi^1 = t$ y $\xi^2 = u$, osea las coordenadas de la hoja de mundo de la cuerda (ver [14]). Una manera más explícita de escribir ecu. 2, es:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \dot{X}^2 & \dot{X}X' \\ \dot{X}X' & (X')^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Esta métrica nos dice las características de la hoja de mundo, esto nos sirve para poder expresar la acción de la cuerda bosónica relativista, denominada acción de Nambu-Goto, de la siguiente manera

$$S_{NG} = -T_0 \int dt du \sqrt{-det(\gamma_{\alpha\beta})} \quad (4)$$

T_0 es la tensión de la cuerda, u y t son las coordenadas de la hoja de mundo de la cuerda, y $det(\gamma_{\alpha\beta})$ es el determinante de ecu. 3. Así

$$\begin{aligned} S_{NG} &= -T_0 \int dt L(\dot{X}^\mu, X^{\mu'}) \\ &= -T_0 \int_{t_i}^{t_f} dt \int_{u_0}^{u_1} du \mathcal{L}(\dot{X}^\mu, X^{\mu'}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathcal{L}(\dot{X}^\mu, X^{\mu'}) = -T_0 \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - (\dot{X})^2 (X')^2} \quad (6)$$

La acción presentada ecuación 5 nos sirve para describir bosones, pero lo que nosotros queremos estudiar es un fermión cuántico, un quark. Sabemos que los quarks son descritos por espinores de Dirac que se transforman bajo un grupo $SU(3)$ (grupo de norma para los quarks). La cuerda en nuestro contexto representa un objeto tipo quark en el sentido de que se transforma en la representación fundamental del grupo $SU(N_c)$ donde N_c es el numero de color ($N_c = 3$ en el modelo estándar). Para un par quark-antiquark se encuentra que el potencial de confinamiento posee una dependencia lineal con la distancia, lo cual es consistente con el modelo de la cuerda bosónica. Esto se desprende del diccionario para AdS_5/CFT_4 (una discusión más detallada se encuentra en [13], [5])

Para un quark en una trayectoria tipo tiempo $x^\mu(t_r)$, la solución para la cuerda que corresponde a este fue encontrada por Mikhailov en [10] y esta dada por

$$X(t, u) = x^\mu(t_r) + uv^\mu(t_r) \quad (7)$$

La ecuación 7 no es más que la hoja de mundo que deja cuerda generada por el quark, la cual, vemos que guarda una relación con las características del movimiento del quark en la frontera de AdS_5 . Es decir, $x^\mu(t_r)$ representa la línea de mundo que sigue el quark parametrizada por el tiempo propio t_r y $v^\mu(t_r)$ denota la 4-velocidad del quark, ambas correspondientes al espacio del Minkowski (frontera de AdS_5).

III. REGIÓN ULTRARELATIVISTA

En este punto, consideremos un quark en una trayectoria arbitraria en un espacio de Minkowski. Como hemos visto en la sección anterior, este quark corresponde a una cuerda abierta que se desplaza en un espacio AdS_5 . Por ahora estamos interesados en conocer la región ultra-relativista de la cuerda que corresponde a este quark, osea la región de la cuerda que se desplaza a velocidades ultra-relativistas. Para conocer esta región debemos encontrar $\gamma_\perp^2 V_\perp^2$ y aplicar la condición $\gamma_\perp^2 V_\perp^2 \gtrsim 1$ (ver [6]) Para nuestro estudio, es de gran importancia conocer la velocidad transversal de la cuerda, la cual está dada mediante la siguiente expresión [14], [1], [6]

$$V_\perp = \tau - \left(\frac{\tau \cdot \sigma}{\sigma \cdot \sigma} \right) (\sigma) \quad (8)$$

Donde τ , es un 5-vector temporal y σ es un 5-vector espacial, ambos con cuatro componentes del espacio usual de Minkowski y otra coordenada radial (holográfica) de AdS_5 , de manera explícita los podemos expresar como:

$$\tau = \left(\frac{\partial X}{\partial t}, 0 \right)_u = (Q, 0)_u \quad (9)$$

y

$$\sigma = \left(\frac{\partial X}{\partial u}, 1 \right)_t = (S, 1)_t \quad (10)$$

$X(t, u)$ es la componente espacial del perfil de la cuerda $X^\mu(t, u)$ en el gauge estático. En donde Q y S son cuatrivectores dados por (ver [1], [4])

$$Q = \left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)_u = \frac{\phi \vec{a} u + \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{a})u + \vec{v} \phi^{3/2}}{(\vec{v} \cdot \vec{a})u + \phi^{3/2}} \quad (11)$$

y

$$S = \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)_t = -\frac{\phi^{1/2} \vec{a} u}{(\vec{v} \cdot \vec{a})u + \phi^{3/2}} \quad (12)$$

Donde

$$\phi = 1 - \vec{v}^2$$

Luego de ciertos cálculos algebraicos, usando ecu. 9 y 10 podemos escribir ecu. 8 como

$$V_\perp = \frac{1}{1+S^2} ((S^2+1)Q - (Q \cdot S)S, -Q \cdot S) \quad (13)$$

Aquí ecu. 13, representa un 5-vector para el cual es de mucha utilidad conocer su magnitud

$$|V_\perp| = \sqrt{V_\perp \cdot V_\perp} = \sqrt{\frac{[(1+S^2)^2 Q^2 - (Q \cdot S)^2]}{1+S^2}} \quad (14)$$

Colocando ecu. 11 y 12 en ecu.14 reproducimos la magnitud de la velocidad transversal para una trayectoria generalizada.

$$|V_\perp| = \sqrt{\frac{u^2((\vec{v} \cdot \vec{a})^2 + \vec{a}^2 \phi) + 2u(\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^{3/2} + \phi^3 \vec{v}^2}{u^2((\vec{v} \cdot \vec{a})^2 + \vec{a}^2 \phi) + 2u(\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^{3/2} + \phi^3}} \quad (15)$$

De la ecuación 15 podemos observar que la velocidad transversal de la cuerda posee una dependencia explícita de las características del movimiento del quark en la frontera del espacio AdS_5 . En un caso particular cuando $\vec{a} = 0$, sucede que la velocidad transversal coincide con la velocidad del quark en la frontera (donde $u = 0$) $|V_\perp|^2 = v^2$. La ecuación 15 también nos permitirá encontrar la región donde la cuerda es ultra-relativista, usando la condición $\lambda_\perp^2 V_\perp^2 \gtrsim 1$ (en unidades naturales $c = 1$, $\hbar = 1$), donde

$$\lambda_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - V_{\perp}^2}} \quad (16)$$

Entonces

$$\lambda_{\perp}^2 V_{\perp}^2 = \frac{u^2((\vec{v} \cdot \vec{a})^2 + \vec{a}^2 \phi) + 2u(\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^3}{\phi^4} \gtrsim 1 \quad (17)$$

Luego la ecuación 17 nos conduce a lo siguiente

$$u^2((\vec{v} \cdot \vec{a})^2 + \vec{a}^2 \phi) + 2u(\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^3 + \phi^4 \gtrsim 0 \quad (18)$$

Considerando ecu. 18 como una desigualdad cuadrática cuya variable de interés es u , obtenemos para que valores de u la cuerda es ultra-relativista

$$u_{1,2} \gtrsim \frac{(\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^{3/2} \pm \sqrt{\Delta}}{2(\vec{v} \cdot \vec{a})^2 + \vec{a}^2 \phi} \quad (19)$$

$$\Delta = (\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^3 - (\vec{v} \cdot \vec{a})\phi^3(2\vec{v}^2 - 1) - \vec{a}^2 \phi^4(2\vec{v}^2 - 1)$$

La ecuación 19 nos dice los valores para los cuales la cuerda es ultra-relativista, independientemente de la trayectoria del quark.

IV. TRAYECTORIA CIRCULAR

Ahora vamos a considerar un quark moviéndose en la frontera del espacio AdS₅, con una trayectoria circular de radio R y con una velocidad constante ([6], [1], [4]). Sabemos que este tipo de movimiento cumple con la siguiente condición; $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$. En este punto podemos utilizar las ecuaciones 15 y 20 para encontrar la velocidad transversal de la cuerda y la región ultra-relativista para esta trayectoria.

Usando ecu. 15

$$\begin{aligned} |V_{\perp}| &= \sqrt{\frac{u^2 \vec{a}^2 (1 - \vec{v}^2) + (1 - \vec{v}^2)^3 \vec{v}^2}{u^2 \vec{a}^2 (1 - \vec{v}^2) + (1 - \vec{v}^2)^3}} \\ &= \sqrt{\frac{u^2 \vec{a}^2 \gamma^{-2} + \gamma^{-6} \vec{v}^2}{u^2 \vec{a}^2 \gamma^{-2} + \gamma^{-6} \vec{v}^2}} \end{aligned} \quad (20)$$

Donde γ es el factor de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{v}^2}} \quad (21)$$

Usando la condición $a = \frac{v^2}{R}$, podemos reescribir ecu. 20 como

$$\begin{aligned} |V_{\perp}| &= \sqrt{\frac{u^2 v^4 \gamma^{-2} + \gamma^{-6} v^2 R^2}{u^2 v^4 \gamma^{-2} + \gamma^{-6} R^2}} \\ &= \sqrt{\frac{u^2 v^4 \gamma^4 + v^2 R^2}{u^2 v^4 \gamma^4 + R^2}} \end{aligned} \quad (22)$$

Ahora usando ecu. 19 encontramos que la cuerda es ultra-relativista para los siguientes valores de u

$$u \gtrsim \frac{\sqrt{1 - \vec{v}^2} R}{\vec{v}^2 \gamma^2} = \sqrt{1 - 2\vec{v}^2} u_h \quad (23)$$

Donde el término $u_h = \frac{R}{2\vec{v}^2 \gamma^2}$ representa el horizonte de eventos de la geometría del agujero negro que corresponde a la métrica de la hoja de mundo. Vemos que ecu. 22 y 23 son los mismos resultados encontrados en [6] utilizando otros métodos.

A. Perfiles de la Cuerda

Consideremos que el quark se desplaza en el espacio de Minkowski en un círculo de radio R_0 y con velocidad angular constante ω_0 . La parametrización de la cuerda en coordenadas esféricas quedaría como:

$$X^{\mu}(t, u) = (t, R(u), \frac{\pi}{2}, \phi(u) + \omega_0 t, u) \quad (24)$$

Ahora usamos esta ecu. 24 para resolver la acción de Nambu-Goto ecu. 4 ó ecu. 5. Donde la métrica inducida esta dada por:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -\frac{1 - \omega_0^2 v^2 \gamma^4 u^2}{\gamma^2} & -\omega_0^2 v^2 \gamma^3 \\ -\omega_0^2 v^2 \gamma^3 & \frac{1 + \omega_0^2 v^2 \gamma^4 u^2}{\gamma^2} \end{pmatrix} \quad (25)$$

Así, la acción de Nambu-Goto toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} S_{NG} &= -T_0 \int dt du \sqrt{-\det(\gamma_{\alpha\beta})} \\ &= -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \int dt du \sqrt{(1 - \omega_0 R^2)(1 + R'^2) + R^2 \phi'^2} \end{aligned} \quad (26)$$

Los perfiles de la cuerda los obtenemos variando la acción respecto a u ([6], [3],[4]).

$$R(u) = \sqrt{R_0^2 + v^2 \gamma^2 u^2} \quad (27)$$

y

$$\Phi(u) = -v\gamma \frac{u}{R_0} + \arctan(v\gamma \frac{u}{R_0}) \quad (28)$$

Las ecuaciones 27 y 28 nos dicen el comportamiento de la cuerda en el espacio AdS. En la ecuación 27 cuando $u = 0$ (frontera del espacio AdS, espacio de Minkowski) donde $R(0) = R_0$ como esperábamos. Para un t fijo, tenemos que $\Phi(0) = 0$.

En la figura 1 presentamos los perfiles de la cuerda para valores fijos de t (cuerdas estáticas) y vemos que a medida que la velocidad del quark aumenta, el perfil de la cuerda se acerca a la frontera del espacio AdS₅ (espacio de Minkowski). El movimiento de estas cuerdas estáticas es lo que permite la construcción de la hoja de mundo.

Usando ecu. 7, 27 y 28 encontramos la expresión para la hoja de mundo de la cuerda generada por el quark en movimiento circular, ver figura 2.

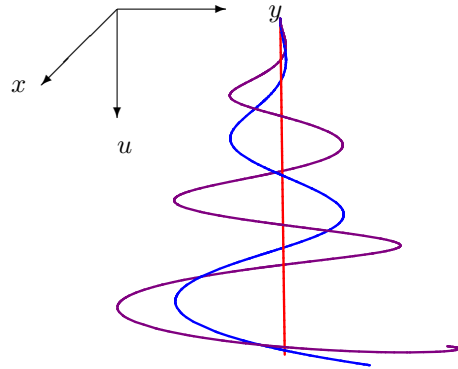


Figura 1: Perfiles de la cuerda para un quark en movimiento circular. Las tres curvas dibujadas corresponden a distintas velocidades del quark, $v = 0$ (curva roja), $v = 0.9$ (curva morada) y $v = 0.8$ (curva azul)

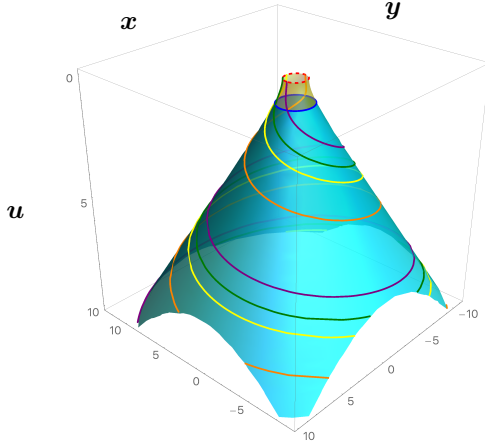


Figura 2: Perfiles de la cuerda y hoja de mundo generada por un quark en movimiento circular usando $R_0 = 1$ y $v = 0,8$

En la figura 2 observamos diferentes perfiles (colores naranja, amarillo, morado y verde) para un quark que se mueve a lo largo de la trayectoria circular en la frontera de AdS_5 (espacio de Minkowski), representada por la curva roja. Vemos también que la superficie barrida por la cuerda (hoja de mundo) generada por el quark en movimiento circular presenta una forma cónica. Esto lo podíamos sospechar observando los perfiles de las cuerdas en la figura 1. Cabe mencionar que la figura 2 fue realizada tomando en consideración la región ultra-relativista representada por la región de color azul pálido, cuyo límite se dedujo en ecu. 23, que en nuestro gráfico está siendo representado por la curva de color azul. Esta región es de gran importancia porque es a partir de esta que la cuerda comienza a radiar energía más eficazmente a la frontera del espacio AdS_5 , al espacio de Minkowski ([6], [7]).

V. ACELERACIÓN CONSTANTE

Consideremos un quark moviéndose en la frontera del espacio AdS_5 , con una trayectoria recta y con aceleración uniforme. Queremos encontrar la región de la cuerda ultra-relativista que corresponde al quark. La ecuación de movimiento para una partícula que está moviéndose con aceleración constante es

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \zeta \quad (29)$$

Cuando $v \rightarrow c$, $\zeta \rightarrow 0$ y cuando $v \ll c$, ζ representa la aceleración del quark. Usando la primera condición, la ecuación 29 nos permite encontrar la velocidad y aceleración del quark.

Vamos a considerar el caso de un quark desplazándose en una sola dirección, en este caso escogemos la coordenada x . De ecu. 29 obtenemos que

$$r_x(t) = \frac{\sqrt{1 + t^2 \omega^2}}{\zeta} \quad (30)$$

$$v_x(t) = \frac{\zeta t}{\sqrt{1 + \zeta^2 t^2}} \quad (31)$$

$$a_x(t) = \frac{\zeta}{(1 + \zeta^2 t^2)^{3/2}} \quad (32)$$

y sustituyendo en ecu. 19, encontramos la región ultrarelativista para la cuerda generada por este quark en el espacio AdS_5 .

$$u_{1,2} \gtrsim \frac{t\zeta\eta^4 \pm 1 + t^2\zeta^2(4 + 6t^2 + 4t^4\zeta^4 + t^6\zeta^6)}{\eta^{3/2}} \quad (33)$$

$$\eta = 1 + t^2\zeta^2$$

A. Perfiles de la Cuerda

Como en el caso anterior, para conocer los perfiles debemos parametrizar la cuerda. Que para este tipo de movimiento viene dada por:

$$X^\mu(t, u) = \{t, r(u), 0, 0, u\} \quad (34)$$

Aquí, $r(u)$ representa los perfiles de la cuerda, mientras que u es la coordenada holográfica. Como en la sección anterior, usamos ecu. 34 y variando la ecuación de Nambu-Goto 5 podemos encontrar los perfiles de la cuerda.

$$r(u) = \frac{\sqrt{1 + t^2\zeta^2}}{\zeta} \quad (35)$$

Usando la ecuación 7 (Mikhailov [10]), podemos encontrar la expresión para la hoja de mundo y los perfiles de la cuerda generada por el quark. En nuestro caso, el quark se desplaza en una sola dirección y con aceleración constante, así de ecu. 7, 30 y 31 tenemos

$$\begin{aligned} X(t, u) &= r_x(t) + \frac{u * v_x(t)}{\sqrt{1 - v_x(t)^2}} \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{1 + t^2\zeta^2}}{\zeta} (1 + t\zeta^2 u \sqrt{\frac{1}{1 + t^2\zeta^2}}), 0, u \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

Con la ecuación 36 podemos construir el gráfico de la figura 3 en la cual hemos representado la trayectoria que sigue la cuerda generada por un quark moviéndose con aceleración constante. Vemos el desplazamiento del quark en la frontera del espacio AdS_5 (línea de color rojo) y a la vez la región ultra-relativista cuyo límite (ecu. 33) es representado por la curva de color azul. Observamos que la región ultra-relativista disminuye para valores pequeños del tiempo, pero aumenta bruscamente luego de cierto valor mínimo. Esto se debe a que en este caso, la región ultra-relativista (ecu. 33), no es constante en el tiempo ni depende linealmente del mismo y este comportamiento lo podemos traducir como, a medida el tiempo avanza, el quark radia energía cada vez más eficaz hacia la frontera del espacio AdS_5 .

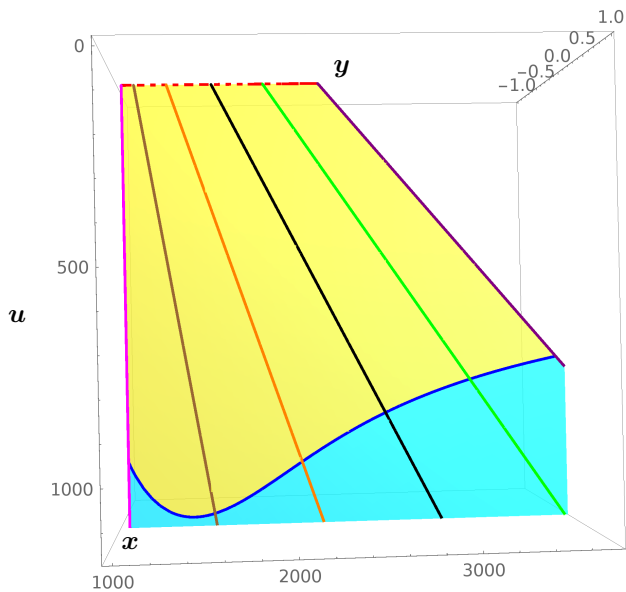


Figura 3: Perfiles de las cuerdas y hoja de mundo en el rango ultra-relativista para un quark que se desplaza con aceleración constante. Los perfiles han sido graficados para distintos valores del tiempo (tomando como referencia la línea rosada, que corresponde a $t = 0$) y hemos fijado un valor de $\zeta = 0.001$.

VI. RESULTADOS

Nuestra intención en este trabajo queda enmarcada en la sección III del artículo, partiendo de resultados deducidos en publicaciones anteriores hemos llegado a encontrar una expresión general para la velocidad transversal de la cuerda generada por un quark en un movimiento arbitrario y a la vez, la región ultra-relativista de la cuerda. En si, la parte de la cuerda que está relacionada con el quark es únicamente el extremo atado a la frontera de AdS_5 . El resto de la cuerda que se encuentra en el bulto (dentro de AdS_5), y esta porción vendría a ser la que genera los campos de norma en QCD. En analogía con la teoría cuántica de campos, los quarks desnudos (solitos) no son físicos, los físicos vienen siempre acompañados en una especie de nube de gluones, por eso es que es necesario en el modelo estándar renormalizar la masa de los quarks, es decir lo que se “observa” es la física no renormalizada que ya incluye el efecto del revestimiento de gluones.

La importancia de estos resultados radica en el hecho de que podemos considerar que el movimiento de la cuerda produce un sobre-reacción¹ misma que perturba el espacio-tiempo AdS_5 , estas perturbaciones, denominadas ondas de choque gravitacionales (GSW), se considera que son provocadas por el movimiento transversal de la cuerda. La condición bajo la cual podemos hacer esta consideración es que la velocidad transversal sea suficientemente relativista (ultra-relativista), empleando esta condición fue que dedujimos la ecuación 19, que nos dice que la cuerda es ultra-relativista por encima de ciertos valores de su coordenada radial (u) y es a partir

¹Reacción como resultado de la tercera ley de Newton, en este caso provocada por el espacio mismo, que se traduce a ondas gravitacionales.

de estos valores que la noción de radiación es bien definida (una discusión más completa la podemos encontrar en [6], [7]). Desarrollando casos específicos, sección IV y V, obtuvimos los resultados esperados presentados en otras publicaciones [1],[4],[6],[3]. Finalmente vemos que la ventaja de nuestros resultados es que a partir de ellos podemos desarrollar otros casos, pero eso queda para futuras publicaciones.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Bryan O. Larios por habernos brindado el conocimiento necesario para el desarrollo de este artículo. Por habernos orientado en el trabajo y por hacer la revisión final del mismo. También agradecemos a la Escuela de Física por permitirnos publicar en su revista y así fortalecer nuestro desarrollo en el ámbito de la investigación.

REFERENCIAS

- [1] Cesar A. Agon, Alberto Guijosa, and Bryan O. Larios. On the Beaming of Gluonic Fields at Strong Coupling. *arXiv:1206.5005 [hep-th]*, June 2012. doi: 10.1007/JHEP12(2012)101. URL <http://arxiv.org/abs/1206.5005v1>;<http://arxiv.org/pdf/1206.5005v1>.
- [2] Cesar A. Agon, Alberto Guijosa, and Juan F. Pedraza. Radiation and a dynamical UV/IR connection in AdS/CFT. *JHEP 1406 (2014) 043* [*arXiv:1402.5961v1 [hep-th]*], June 2014. doi: 10.1007/JHEP06(2014)043. URL <http://arxiv.org/abs/1402.5961v3>;<http://arxiv.org/pdf/1402.5961v3>.
- [3] Christiana Athanasiou, Paul M. Chesler, Hong Liu, Dominik Nickel, and Krishna Rajagopal. Synchrotron radiation in strongly coupled conformal field theories. *Phys. Rev. D 81 (2010) 126001* [*arXiv:1001.3880 [hep-th]*], September 2011. doi: 10.1103/PhysRevD.81.126001. URL <http://arxiv.org/abs/1001.3880v4>;<http://arxiv.org/pdf/1001.3880v4>.
- [4] Mariano Chernicoff, Alberto Guijosa, and Juan F. Pedraza. The Gluonic Field of a Heavy Quark in Conformal Field Theories at Strong Coupling. *JHEP 1110 (2011) 041* [*arXiv:1106.4059 [hep-th]*], September 2011. doi: 10.1007/JHEP10(2011)041. URL <http://arxiv.org/abs/1106.4059v3>;<http://arxiv.org/pdf/1106.4059v3>.
- [5] S. S. Gubserand, I. R. Klebanov, and A. M. Polyakov. Gauge theory correlators from non-critical string theory. *Phys. Lett. B 428, 105 (1998)* [*arXiv:hep-th/9802109*], 1998.
- [6] Veronika E. Hubeny. Holographic dual of collimated radiation. *New J. Phys. 13, 035006 (2011)* [*arXiv:1012.3561[hep-th]*], December 2010. doi: 10.1088/1367-2630/13/3/035006. URL <http://arxiv.org/abs/1012.3561v1>;<http://arxiv.org/pdf/1012.3561v1>.
- [7] Veronika E. Hubeny. Relativistic Beaming in AdS/CFT. *arXiv:1011.1270 [hep-th]*, November 2010. URL <http://arxiv.org/abs/1011.1270v1>;<http://arxiv.org/pdf/1011.1270v1>.

- [8] Veronika E. Hubeny. The AdS/CFT Correspondence. *arXiv:1501.00007v2 [gr-qc]*, February 2015. doi: 10.1088/0264-9381/32/12/124010. URL <http://arxiv.org/abs/1501.00007v2>; <http://arxiv.org/pdf/1501.00007v2>. Springer; 2015 edition (April 2, 2015). ISBN 978-443155440. URL <http://arxiv.org/abs/1409.3575v3>; <http://arxiv.org/pdf/1409.3575v3>.
- [9] Juan M. Maldacena. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity. *Adv. Theor. Math. Phys.* 2:231-252, 1998 [*arXiv:hep-th/9711200*], January 1998. doi: 10.1023/A:1026654312961. URL <http://arxiv.org/abs/hep-th/9711200v3>; <http://arxiv.org/pdf/hep-th/9711200v3>.
- [10] Andrei Mikhailov. Nonlinear Waves in AdS/CFT Correspondence. *arXiv:hep-th/0305196*, May 2003. URL <http://arxiv.org/abs/hep-th/0305196v1>; <http://arxiv.org/pdf/hep-th/0305196v1>.
- [11] Makoto Natsuume. *AdS/CFT Duality User Guide*. Springer; 2015 edition (April 2, 2015). ISBN 978-443155440. URL <http://arxiv.org/abs/1409.3575v3>; <http://arxiv.org/pdf/1409.3575v3>.
- [12] Gerard 't Hooft. The Evolution of Quantum Field Theory, From QED to Grand Unification. *arXiv: 1503.05007v1[hep-th]*, March 2015. URL <http://arxiv.org/abs/1503.05007v1>; <http://arxiv.org/pdf/1503.05007v1>.
- [13] E. Witten. Anti-de Sitter space and holography. *Adv. Theor. Math. Phys.* 2, 253 (1998) [*arXiv:hep-th/9802150*].
- [14] Barton Zwiebach. *A First Course in String Theory*. Cambridge University Press; 2nd edition (January 26, 2009). ISBN 9780521880329.